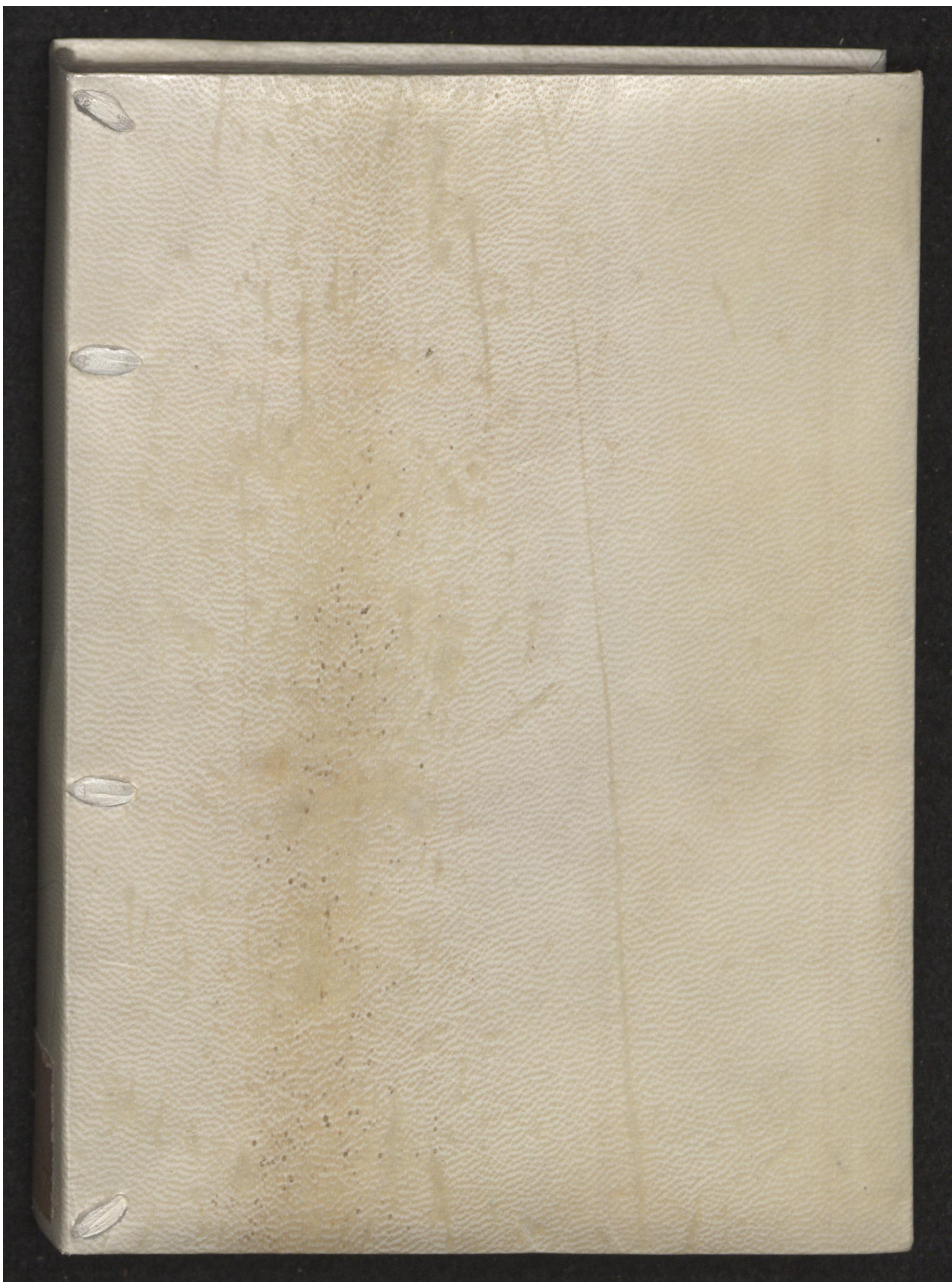
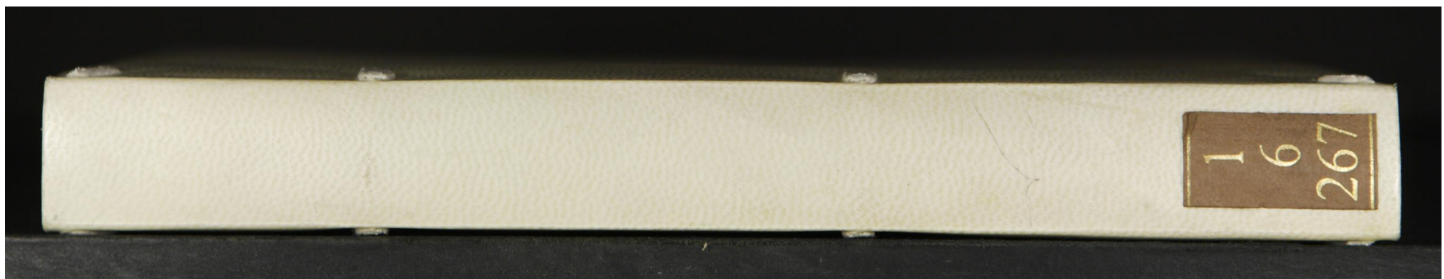
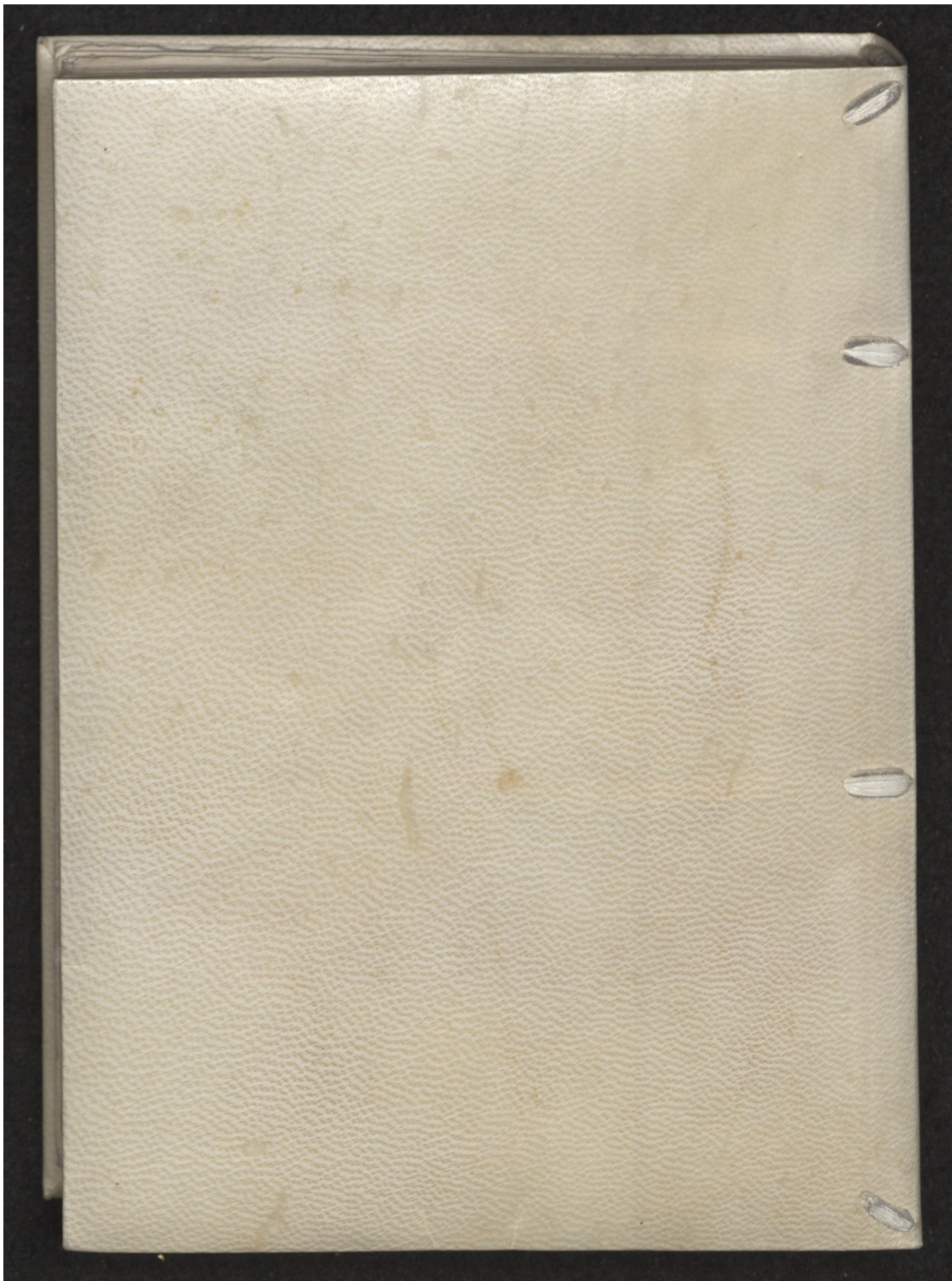



1
6
267

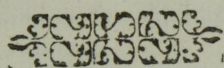






ARCHIMEDIS
DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA LIBRI DVO.

A' FEDERICO COMMANDINO VRBINATE IN PRISTINVM NITOREM RESTITVTI, ET COMMENTARIIS ILLVSTRATI.



CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.

BONONIAE,
Ex Officina Alexandri Benacii.
M D LXV.

RANVTIO FARNESIO CARDINALI AMPLISSIMO ET OPTIMO.



VOD tibi ſuperioribus diebus pollicitus ſum, cum libellum Ptolemæi de Analemmate in lucem proferrem, breui fore, vt Archimedis etiam libri de iis, quæ in aqua vehuntur, & emendatiores, & fortaſſe opera mea illuſtriores ederentur: mihi non committendum eſſe duxi, vt iure optimo malum nomen, præſertim à te, cui tantopere debeo, exiſtimari poſſem. quamuis cum mecum conſidero ſuſcepti negocij difficultates, quas multo plures, & multo grauiores, quàm in libello de Analemmate deprehendi; vereor ne id planè non aſſecutus ſim, quod ab initio ſpectaui, vt mathematicarum diſciplinarum ſtudioſis hac in parte ſatisfacerem. cum enim græcus Archimedis codex nondum in lucem venerit, non ſolum is, qui eum latinitate donauit, multis in locis fœde lapſus eſt, verum etiam codex ipſe, vt etiam interpres fatetur, vetuſtate corruptus, & mancus eſt; duæq; integræ ἀποδείξεις, quas demonſtrationes dicimus, deperierunt. quæ iactura quantam vim habeat ad perturbandum admirabilem illum ordinem, quo inter ſe mathematicæ diſciplinæ quodãmodo connexæ ſunt,

tibi, qui iam in iis multam operam, multumq; studium posuisti, cogitandum relinquo. nonnulla præterea Archimedes vt perspicua in his tractandis ponere non dubitauit, quæ veteres mathematici, qui de conicis conscripserunt, plurimis, & firmissimis argumentis probauerũt. Hæc autem idcirco à nobis omnino ignorantur; quòd postremi quatuor libri conicorum Apollonii Pergæi adhuc in tenebris delitescunt. Qua quidem in re (vt mea fert opinio) singulari fato fuerunt mathematicæ disciplinæ, cum tot scriptorum præclara monumenta interierint, per quæ non solum in studiosos homines, uerum etiam in humanũ genus mirabiles utilitates importatæ fuissent. nam cum mecum considero quàm late pateant hæ nobilissimæ scientiæ, quãtopere rebus publicis & priuatis admirabili quadã ratione, atque ordine gubernandis necessariæ sint, dubitãdum non existimo, quin magna sit habenda gratia huius diuini boni auctoribus, & inuentoribus: ueterumq; græcorum prudentiam satis admirari non possum, qui pueros cum primum fari cœpissent, his disciplinis imbuendos curabant, ut à prima ætate multiplicis, ac subtilis scientiæ contemplationi assueti nihil paruum, aut humile cogitarent: sed uel se totos ijs artibus traderent, quarum ope ciuitatibus suis & præsidio, & ornamento esse possent: uel humanis studijs multam salutem dicentes, diuinam philosophiam toto animo amplexarentur, cum ad eam per mathematicas disciplinas fa-

ciliorem ſibi aditum comparaſſent. quamobrem grauisſimum damnum factum eſt in tot præſtãtisſimis uiris: quorũ ſcripta ſi in manus noſtras perueniſſent, profecto multo præclarius cum rebus humanis ageretur. complures enim, qui nunc tot difficultatibus ab his ſtudijs deterrentur, hac ratione priuatis & publicis rationibus optime conſuluiſſent. Cum hæc ita eſſent, tamen nullum mihi laborem ſubterfugiendũ eſſe iudicaui, quo ſtudioſis hominibus, qui in mathematicis diſciplinis toto animo incumbũt, facilior pateret aditus ad abſtruſa, & recondita ſenſa tanti ſcriptoris intelligenda: nec à uetere meo inſtituto diſcedere uolui; ſcis enim me multos abhinc annos hanc eandem prouinciam, Archimedis quàm plurima ſcripta illuſtrandi ſuſcepiſſe. quod neque arrogãtia, nec inanis gloriæ ſpe adductus ſum, ut facerẽ, ſed me uehementer in hanc mentem impulit honeſtisſima cupiditas de ſtudioſis hominibus benemerẽdi: etenim ſemper mea fuit ſentẽtia, mathematicum, qui libros Archimedis accuratisſime non euoluerit, uix mathematicum appellari debere: cum eũ neceſſe ſit in multarum rerum ignoratione uerſari, ſine quibus mathematicæ diſciplinæ imperfectæ quodammodo, atque inchoatæ ſunt habendæ. Dedi igitur operam, ut his etiam Archimedis libris, quoad eius fieri poſſet, per me aliqua lux afferretur. quos ut Archimedis eſſe nõ dubitarem, duæ non contemnendæ cauſſæ fuerunt. una quòd in tanta obſcuritate ab interpretis inſcitia,

& à uetustate profecta, nescio quod uestigium illius acuti, & perspicacis ingenij, quo Archimedes excelluit, impressum apparet: altera quòd tum græci, tum latini scriptores grauissimi hos ut Archimedis libros recognoscũt. Strabo enim in primo libro hæc ad uerbũ scribit. ὁ δὲ οὗτος ἡδύς ἐστιν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὢν, οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι, σφαίρας ταυτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ. ταύτην γὰρ τὴν δόξαν ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθημάτων πῶς ἁψάμενοι. & Pappus Alexandrinus in octauo mathematicarum collectionum libro hæc scripta reliquit, καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυμασιουργοὺς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς ἥρων αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις: ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ᾽ ὕδατος ὀχουμένων, ὡς ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. Vitruuius etiam in octauo libro de his eisdem Archimedis libris meminit. Fortasse, inquit, qui Archimedis libros legit, dicet non posse fieri ueram ex aqua librationem: sed ei placet aquam non esse libratam, sed sphæroides habere schema: & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. ut nemini dubium esse posit, quin & genere scriptionis, & tãtorum uirorum auctoritate, ut germani Archimedis libri attente legendi, & perpendendi sint: præsertim cum in ijs multa contineantur cognitione dignissima, quæ nõ tam ad mathematicas disciplinas, quàm ad naturæ obscuritatem spectant. Quamobrem ego ne tanto, & tam fructuoso thesauro diutius studiosi carerent, primum loca par-

tim interpretis errore deprauata emendaui; partim
uetuſtate corrupta & conſumpta in priſtinam inte-
gritatem redegi, compluribus, quæ deſiderabantur,
meo, ut aiunt, marte ſuppletis. Deinde quoniam Ar-
chimedes, quemadmodum ſupra dixi, non nulla po-
nit, ut perſpicua, & quæ uel ipſe, uel ſuperiores ma-
thematici ἀποδείξεσι confirmauerunt, coactus ſum non
ſine maximo negotio ex ijs principijs conicæ diſcipli
næ Apollonij Pergæi, quæ in manus noſtras peruene-
rũt, nouas probationes adhibere, nequid eſſet, quod
diligentem lectorem in hac parte remorari poſſet. re
ſtabat, ut theorema illud, quod ſine cognitione cen-
tri grauitatis corporum ſolidorũ percipi non poteſt,
uidelicet, Centrum grauitatis in portionibus conoi-
dis rectanguli axem ita diuidere, ut pars, quæ ad uer-
ticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad baſim ſit du
pla, certisſimis rationibus comprobarem. ſed huic
quoque rei prouiſum eſt à me: ſeorſumq; ab his li-
bris de cẽtro grauitatis ſolidorũ uberrime cõſcripſi.
denique nihil prætermiſi, quod ad Archimedem in
hac materia illuſtrandum attineret. quod ſi, ut ſpero,
aſſecutus ſum, ſatis magnum fructum mihi cepiſſe ui
debor laborum, & uigiliarum mearum: ſin ſecus acci
derit, hoc me tamen conſolabor, quòd omnes intelli
gent, honeſtisſimo meo conſilio, non tã ingenij mei
imbecillitatem, quàm rei obſcuritatem, & temporũ
iniurias obſtitiſſe. Hoc loco ſuperuacaneum eſſe arbi
tror pluribus uerbis exponere, cur tibi amplisſime

Cardinalis, has lucubrationes meas dicare constituerim. tantis enim beneficijs à te affectus, quanta semper & meminero, & prædicabo; tanta liberalitate cõplexus, quantam ne optare quidem unquam ausus essem. cupio memorem, & erga te gratum animũ qua ratione possum, ostendere. quãuis si de te nihil aliud præter auditum haberem, si amplitudini tuæ tantopere deuinctus non essem; tua in omni genere disciplinarum excellentia, tua grauitas, atque innocentia me magnopere hortata esset, ut te potissimum deligerem, sub cuius clarissimi nominis splendore hi Archimedis libri ab obliuione hominum, atque à silentio uindicarentur. uerecundius de te in præsentia dicerem, ne uiderer assentationi potius, quàm ueritati seruire; nisi omnibus persuasissimum esset, diuinas & inauditas uirtutes tuas cum singulari eruditione con iunctas in illo sanctissimo Reip. christianæ consilio tanquam lumen aliquod elucere. quamobrem ea, qua soles, benignitate, fidelissimi clientis tui munus accipies; quod tibi, qui & mathematicis disciplinis, & phisiologiæ studijs tantopere delectaris, non iniucundum fore confido. Vale.

Federicus Commandinus.

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

LIBER PRIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

POSITIO.

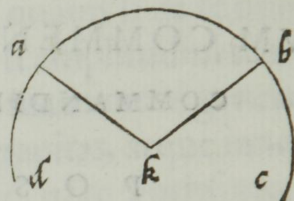


PONATVR humidi eam eſſe naturam, vt partibus ipſius æqualiter iacentibus, & continuatis inter ſe ſe, minus preſſa à magis preſſa expellatur. Vnaquæque autem pars eius premitur humido ſupra ipſam exiſtente ad perpendiculum, ſi humidum ſit deſcendens in aliquo, aut ab alio aliquo preſſum.

PROPOSITIO I.

SI ſuperficies aliqua plano ſecetur per idẽ ſemper punctum; ſitq; ſectio circuli circunferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano ſecatur: ſphæræ ſuperficies erit.

SECETVR superficies aliqua plano per k punctum ducto: & sic sectio semper circuli circunferentia, centrum habens punctum k. Dico eam sphæræ superficiem esse. Si enim non est sphæræ superficies; rectæ lineæ, quæ à puncto k ad circunferentiam ducuntur non omnes æquales erunt. Itaque sint a b puncta in superficie; & inæquales lineæ a k k b: per ipsas autem a k k b planum ducatur, quod sectionem faciat in superficie lineam d a b c. ergo d a b c circuli circunferentia est, cuius centrum k; quoniam superficies eiusmodi ponebatur: & idcirco æquales inter se sunt a k k b, sed & inæquales; quod fieri non potest. constat igitur superficiem eam esse sphæræ superficiem.

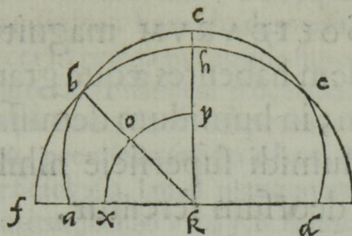


PROPOSITIO II.

OMNIS humidi consistentis, atque manentis superficies sphærica est; cuius sphæræ centrũ est idem, quod centrum terræ.

INTELLIGATVR humidũ consistens, manẽsq;: & secetur ipsius superficies plano per centrum terræ ducto. sit autem terræ centrum k: & superficiei sectio, linea a b c d. Dico lineam a b c d circuli circunferentiam esse, cuius centrum k. Si enim non est, rectæ lineæ à puncto k ad lineam a b c d ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibusdam quidem à puncto k ad ipsam a b c d ductis maior; quibusdam uero minor: & ex centro k, interual-

loq; lineæ ſumptæ circulus deſcribatur. cadet ergo ipſius circunferentia partim extra lineam a b c d, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibuſdam quidem à puncto k ad ipſam ductis eſt maior; & quibuſdam minor. Itaq; ſit circuli deſcripti circunferentia f b h: & ex b ad k ducta linea, iungātur f k k h e,

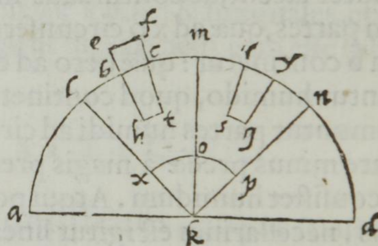


quæ angulos æquales faciant. deſcribatur autem & ex centro k circunferentia quædam x o p in plano, & in humido. ergo partes humidi, quæ ſunt ad circunferentiam x o p æqualiter iacent, ac continuatæ inter ſe ſe: & premũtur quidem partes, quæ ad x o circunferentiam, humido, quod loco a b continetur: quæ uero ad circunferentiam o p premuntur humido, quod continetur b e. inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circunferentiã x o, & ad o p. quare minus preſſæ à magis preſsis expellentur. non ergo conſiſtet humidum. Atqui ponebatur conſiſtens, & manens. neceſſarium eſt igitur lineam a b c d eſſe circuli circunferentiam, cuius centrum k. Similiter autem demonſtrabitur, & ſi quomodocunque aliter ſuperficies humidi plano ſecta fuerit per centrum terræ; ſectionem circuli circunferentiam eſſe: & centrum ipſius eſſe, quod & terræ centrum. Ex quibus conſtat ſuperficiem humidi conſiſtentis, atque manentis ſphæricam eſſe: & eius ſphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam eiuſmodi eſt, ut ſecta per idem ſemper punctum ſectionem faciat circuli circunferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipſa plano ſecatur. Prima huius.

PROPOSITIO III.

SOLIDARVM magnitudinum, quæ æqualẽ molem habentes æque graues sunt, atque humidum; in humidum demissæ demergentur ita, ut ex humidi superficie nihil extet: non tamen ad huc deorsum ferentur.

SIT magnitudo aliqua æque grauis, atque humidum: & si fieri potest, in humidum demissa extet ex superficie ipsius: consistat autem humidum, maneatq; : & intelligatur aliquod planum ductũ per cẽtrum terræ, & humidi, ac per solidam magnitudinem, ut sit superficiei quidem humidi sectio a b c d; solidæ uero magnitudinis insidentis e h t f; & terræ centrum k: sitq; solidæ magnitudinis pars, quæ in humido est, b h t c; & quæ extra humidum b e f c. intelligatur etiam solida figura comprehensa pyramide, basim quidem habente parallelogrammum, quod est in superficie humidi; uerticem autem centrum terræ: sitq; sectio plani, in quo est a b c d circunferentia, & planorum pyramidis k l, k m: & describatur quædam alterius sphæræ superficies x o p circa centrũ k, in humido sub e f h t, ut sit ipsa x o p sectio facta à superficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, & similis comprehendenti solidam figuram, ipsi coniuncta,



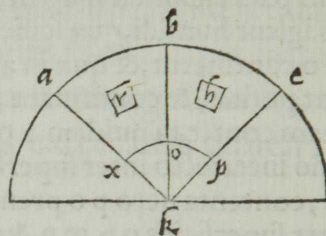
iuncta,& continuata: sitq; sectio planorũ ipsius K m K n: & in humido intelligatur quædam magnitudo r s q y ex ipso humido constans, æqualis, & similis solidæ b h t c, quæ quidem pars est solidæ magnitudinis in humido demersa. partes igitur humidi, quæ scilicet in prima pyramide superficie x o continetur, & quæ in altera continetur p o, æqualiter sunt positæ, & continuatæ; sed non similiter premuntur. nam contenta quidem x o, premitur solido e h t f, & humido interiecto inter superficies x o, l m, & plana pyramidis; contenta uero p o premitur solido r s q y, & humido inter superficies o p, m n, & pyramidis plana interiecto. minor autem est grauitas humidi, quod est inter m n, o p, quàm eius, quod inter l m, x o. solidum enim r s q y est minus solido e h t f: cum sit æquale ipsi b h t c; quia magnitudine æquale, & æque graue ponitur solidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale est. constat igitur partem contentã superficie o p, expelli ab ea, quæ ipsa x o continetur: & non consistere humidum. ponebatur autem consistens, & manens: non ergo ex superficie humidi extat aliquid solidæ magnitudinis. sed neque demersum solidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter positæ, cum solidum sit æque graue, atque humidum.

PROPOSITIO IIII.

SOLIDARVM magnitudinum, quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

SIT magnitudo solida humido leuior; & demissa in humidum demergatur tota, si fieri potest, ut nulla pars ipsius

extet ex humidi ſuperficie. conſiſtat autem humidum, maneatq; : & intelligatur aliquod planum ductum per centrũ terræ, per humidum, & per magnitudinem ſolidam: à quo ſuperficies quidem humidi ſecetur ſecundum circunferentiam a b c; ſolida autem magnitudo ſecundum figuram, in qua r: & centrum terræ ſit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens



figuram r, ſicuti prius, quæ pũctum K pro uertice habeat: ſecenturq; ipſius plana à ſuperficie plani a b c ſecundum a K K b: & ſumatur pyramis alia æqualis, & ſimilis ſuperiori, cuius plana ſecentur à plano a b c, ſecundum b K K c: deinde alterius ſphæræ ſuperficies quædam deſcribatur in humido circa centrum K, ſub ſolida magnitudine: & ſecetur ab eodem plano ſecundum x o p: poſtremo intelligatur alia magnitudo h in poſteriori pyramide, quæ ex humido conſtet, & ſolidæ magnitudini r ſit æqualis. partes igitur humidi, & quæ in prima pyramide continetur ſuperficie x o; & quæ in ſecunda ſuperficie o p continetur, æqualiter iacent, & continuatæ inter ſe ſe; non tamen ſimiliter premuntur: nam quæ eſt in prima pyramide premitur magnitudine ſolida r, & humido cõtinente ipſam, quod eſt in loco pyramidis a b o x: quæ uero in altera pyramide premitur ſolida magnitudine h, & humido ipſam continente in loco pyramidis p o b c. At grauitas ſolidæ magnitudinis r, minor eſt grauitate humidi, in quo h: quoniam magnitudo ſolida mole quidem æqualis, & humido leuior ponitur: grauitas autem humidi continentis magnitudines r h eſt æqualis; cum pyramides æquales ſint. magis ergo

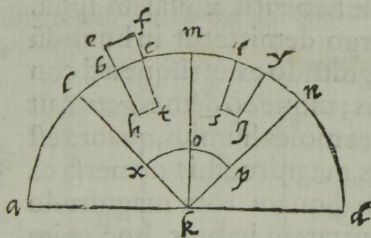
premi-

premitur pars humidi, quæ eſt ſub ſuperficie o p. quare expellet partem minus preſſam, & non manebit humidum. ponebatur autem manens. non igitur demergetur tota, ſed aliqua pars ipſius ex humidi ſuperficie extabit.

PROPOSITIO V.

SOLIDARVM magnitudinum quæcunque leuior humido fuerit, demiſſa in humidum vſque eò demergetur, vt tanta moles humidi, quanta eſt partis demerſæ, eandem, quam tota magnitudo, grauitatem habeat.

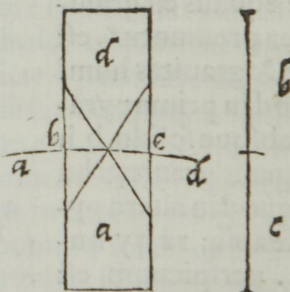
DISPONANTVR eadem, quæ ſupra: ſitq; humidum manens: & magnitudo e h t f humido leuior. Si igitur humidum manet, ſimiliter prementur eius partes, quæ æqualiter iacent. ſimiliter ergo premetur humidum ſub ſuperficiebus x o o p. quare æqualis eſt grauitas, qua premuntur. eſt autem & grauitas humidi, quod in prima pyramide abſque ſolido b h t c, æqualis grauitati humidi, quod in altera pyramide abſq; r s q y humido. perſpicuum eſt igitur grauitatem magnitudinis e h t f grauitati humidi r s q y æqualem eſſe. ex quibus conſtat, tantam humidi molem, quanta eſt pars demerſa ſolidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere grauitatem.



PROPOSITIO VI.

SOLIDAE magnitudines humido leuiores, in humidum impulsæ sursum feruntur tanta ui, quãto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius est ipsa magnitudine.

SIT enim magnitudo a leuior humido: & sit magnitudinis quidem a grauitas b: humidi uero molem habentis æqualem ipsi a, grauitas sit b c. demonstrandum est magnitudinem a in humidum impulsam tanta ui sursum ferri, quanta est grauitas c. accipiatur enim quædam magnitudo, in qua d habens grauitatem ipsi c æqualem. Itaque magnitudo ex utrisque magnitudinibus constans, in quibus a d, leuior est humido. nam magnitudinis quidem quæ ex utrisque constat grauitas est b c; humidi uero habentis molem ipsis æqualem grauitas maior est, quàm b c: quoniam b c grauitas est humidi molẽ habentis æqualem ipsia. Si ergo demittatur in humidũ magnitudo ex utrisque a d constans; usque eò demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est pars magnitudinis demersa eãdem, quam tota magnitudo grauitatem habeat. hoc enim iam demonstratum est. sit autẽ superficies humidi alicuius a b c d circunferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta est magnitudo a grauitatem habet eandem, quam magnitudines a d: perspicuum est partem ipsius demersam esse magnitudinem a; reliquam uero d totam ex humidi



midi ſuperficie extare.* Quare conſtat magnitudinem a tanta ui ſurſum ferri, quãta deorſum premitur ab eo, quod eſt ſupra; uidelicet à d, cũ neutra ab altera expellatur, ſed d fertur deorſum tanta grauitate, quanta eſt c: ponebatur enim grauitas eius, in quo d ipſi c æqualis. patet igitur illud quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO VII.

SOLIDAE magnitudines humido grauiores demiſſæ in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta eſt grauitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

SOLIDAS magnitudines humido grauiores, in humidum demiſſas deorſum quidam ferri, donec deſcẽdant, manifeſtum eſt: partes enim humidi, quæ ſub eis ſunt, premuntur magis, quàm partes æqualiter ipſis adiacentes; quoniam magnitudo ſolida humido grauior ponitur: leuiores autem eſſe uti dictum eſt, demonſtrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo a grauior humido: & ſit magnitudinis quidem a grauitas b c: humidi uero molẽ habentis æqualem ipſi a grauitas ſit b. demonſtrandum eſt magnitudinem a in humido exiſtẽtem habere grauitatem æqualem ipſi c. Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua d, leuior humido; c. huius.

a b c d

B

COM-

cuius grauitas sit ipsi b æqualis: humidi uero molem habentis æqualem magnitudini d, sit grauitas æqualis b c. Itaque compositis magnitudinibus a d, magnitudo ex utrisque constans æque grauis erit, atque ipsum humidũ: grauitas enim utrarũque magnitudinum est æqualis utrisque grauitatibus, uidelicet b c, & b: grauitas autem humidi habentis molem æqualem utrisque magnitudinibus, est eisdem grauitatibus æqualis. Demissis igitur magnitudinibus, & in humidum proiectis æque graues erunt, atque humidum: neque sursum, neque deorsum ferentur: quoniam magnitudo quidem a grauior humido feretur deorsum; & eadem ui à magnitudine d sursum retrahetur: magnitudo autem d humido leuior feretur sursum tanta ui, quanta est grauitas c: demõstratũ enim est, magnitudines solidas humido leuiores, impulsas in humidum tanta ui retrahi sursum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem grauius est ipsa magnitudine. At humidum molem habens æqualem d, grauius est, quam d, ipsa c grauitate. Constat igitur magnitudinem a deorsum ferri tanta grauitate, quanta est c. quod demonstrare oportebat.

6. huius.

a b c d

POSITIO II.

Ponatur eorum, quæ in humido sursum feruntur, unumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipsorum ducitur.

COM-

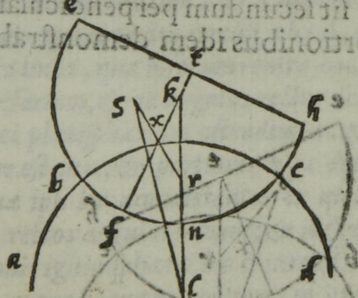
COMMENTARIVS.

AT uero ea, quæ feruntur deorſum, ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur, ſimiliter ferri, uel tanquam notum, uel ut ab alijs poſitum prætermiſit.

PROPOSITIO VIII.

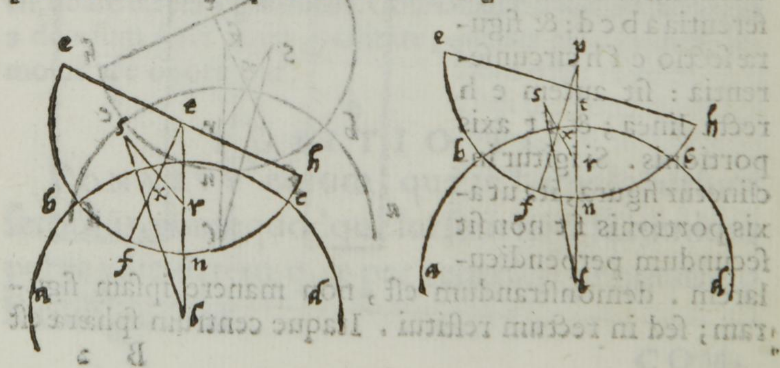
SI aliqua magnitudo ſolida leuior humido, A
quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humi- B
dum demittatur, ita vt baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita vt axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, vt baſis portionis humidum cõtingat; non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur.

[INTELLIGATVR quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: & ducatur planum per axẽ portionis, & per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circũferentia a b c d: & figuræ ſectio e f h circunferentia: ſit autem e h recta linea; & f t axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis f t nõn ſit ſecundum perpendicularem. demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui. Itaque centrum ſphæræ eſt Suppleta a Federico Cõm.



in linea f t. nam sit primum figura maior dimidia sphæræ: sitq; in dimidia sphæra sphæræ centrum t; in minori portione sit centrum p; & in maiori k: per k uero, & terræ centrum l ducatur k l secans circunferentiam e f h in puncto n. Quoniam igitur unaquæque sphæræportio axem habet in linea, quæ à cẽtro sphæræ ad eius basim perpendicularis ducitur: habetq; in axe grauitatis centrum: portionis in humido demersæ, quæ ex duabus sphæræ portionibus constat, axis erit in perpendiculari per k ducta. & idcirco centrum grauitatis ipsius erit in linea n k, quod sit r. sed totius portionis grauitatis centrum est in linea f t inter k, & f, quod sit x. reliquæ ergo figuræ, quæ est extra humidum, centrum erit in linea r x producta ad partes x; & assumpta ex ea, linea quadam, quæ ad r x eandem proportionem habeat, quam grauitas portionis in humido demersæ habet ad grauitatem figuræ, quæ est extra humidum. Sit autem s centrum dictæ figuræ: & per s ducatur perpendicularis l s. Feretur ergo grauitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido, sursum per rectam r l. quare non manebit figura; sed partes eius, quæ sunt ad e, deorsum; & quæ ad h sursum ferẽtur: idq; cõtinenter fiet, quoad f t sit secundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonstrabitur.]

C D E F



COMMENTARIVS.

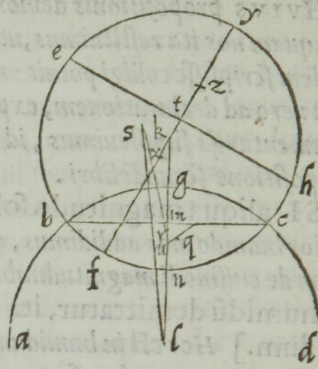
Hvivs propositionis demonstratio iniuria temporum desideratur, quam nos ita restituimus, ut ex figuris, quæ remanserunt Archimedem scripsisse colligi potuit: neque enim eas immutare uisum est, quæ uero ad declarationem, explicationémque addenda fuerant, in commentarijs suppleuimus, id quod etiam præstitimus in secunda propositione secundi libri.

SI aliqua magnitudo solida leuior humido.] *Ea uerba, leuior humido, nos addidimus, quæ in translatione non erant; quoniam de eiusmodi magnitudinibus in hac propositione agitur.* A

In humidũ demittatur, ita ut basis portionis nõ tangat humidum.] *Hoc est in humidum ita demittatur, ut basis sursum spectet; uertex autem deorsum. quod quidem opponitur ei, quod in sequenti dixit.* In humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido. *His enim uerbis significat portionem opposito modo in humidum demitti, ut scilicet uertex sursum; basis autem deorsum uergat. eodem dicendi modo frequenter usus est in secundo libro; in quo de portionibus conoidis rectanguli tractatur.* B

Quoniã igitur unaquæq; sphæræ portio axẽ habet in linea, quæ à cẽtro sphæræ ad eius basim perpẽdicularis ducitur.] *Iungatur enim b c, & k l secet circunferentiam a b c d in puncto g; lineam uero rectam b c in m. & quoniam duo circuli a b c d, e f h secant se se in punctis b c; recta linea, quæ ipsorum centra coniungit, uidelicet k l lineam b c bifariam, & ad angulos rectos secat: ut in commentarijs in Ptolemæi planisphærium ostendimus. quare portionis circuli b n c diameter est m n; & portionis b g c diameter m g: nam rectæ lineæ, quæ ipsi b c æquidistantes ex utraque parte ducuntur, cum linea n g rectos angulos faciunt; & idcirco ab ipsa bifariam secantur. portionis igitur sphæræ b n c axis est n m; & portionis b g c axis m g. ex quo sequitur, portionis in humido demersæ axem esse in linea k l; ipsam scilicet n g. & cum grauitatis centrum cuiuslibet sphæræ portionis sit in axe; quod nos in libro* C 29. primi 3. tertii.

de centro grauitatis solidorum demonstrauimus: erit magnitudinis ex utrisque portionibus b n c, b g c constantis; hoc est portionis in humido demersæ grauitatis centrum in linea n g, quæ ipsarum sphæræ portionum centra grauitatis coniungit. si enim fieri potest, sit extra lineam n g, ut in q: sitq; portionis b n c centrum grauitatis u; & ducatur u q. Quoniam igitur à portione in humido demersa aufertur sphæræ portio b n c, non habens idem centrum grauitatis: erit ex octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum, reliquæ portionis b g c centrum in linea u q producta. quod fieri non potest; est enim in axe ipsius m g. sequitur ergo ut portionis in humido demersæ centrum grauitatis sit in linea n k. quod ostendendum proposuimus.



D Sed totius portionis grauitatis centrum est in linea f t, inter k, & f, quod sit x.] *Compleatur sphæra, ut sit portionis additæ axis t y; & centrũ grauitatis z. Itaque quoniã à tota sphæra, cuius grauitatis cẽtrum est k, ut etiam in eodem libro demõstrauimus, aufertur portio e y h centrũ grauitatis habens z: erit reliquæ portionis e f h cẽtrũ in linea z k producta. quare inter k & f necessario cadet.*

8. primi Archimedis.

E Reliquæ ergo figuræ, quæ est extra humidum, centrum erit in linea r x producta.] *Ex eadem octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum.*

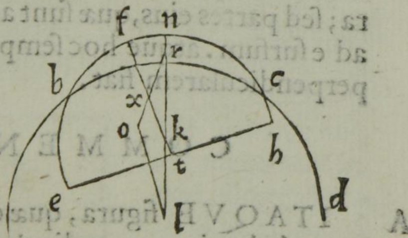
F Feretur ergo grauitas, figuræ quidem quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido sursum per rectam r l.] *Ex antecedenti positione. magnitudo enim, quæ in humido demersa est, tanta ui per lineam r l sursum fertur, quanta quæ extra humidum per lineam s l, deorsum: id quod ex propositione sexta huius libri constare potest. & quoniam feruntur per alias, atque alias lineas;*

neas; neutra alteri obsistit, quo minus moueatur; idq; continenter fiat, dum portio in rectum fuerit constituta: tunc enim utrarumque magnitudinum grauitatis centra in unam, eandemq; perpendicularum conueniunt, uidelicet in axem portionis: & quanto conatu, impetuue ea, quæ in humido est sursum, tanto quæ extra humidum deorsum per eandem lineam contendit. quare cum altera alteram non superet, non amplius mouebitur portio; sed consistet, manebitq; in eodem semper situ; nisi forte aliqua caussa extrinsecus accesserit.

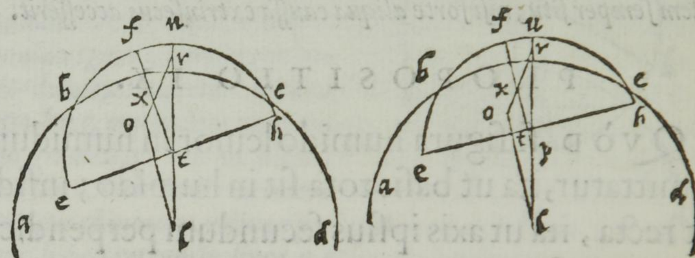
PROPOSITIO IX.

QVÒD si figura humido leuior in humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido; insidebit recta, ita ut axis ipsius secundum perpendicularem constituatur.

INTELLIGATVR enim magnitudo aliqua, qualis dicta est, in humidum demissa: & intelligatur planum per axem portionis, & per centrum terræ ductum: sitq; superficiei quidem humidi sectio a b c d circunferentia; figuræ autem sectio circunferentia e f h: & sit e h recta linea: & axis portionis f t. Si igitur fieri potest, non sit f t secundum perpendicularem. Demonstrandum est non manere figuram; sed in rectum restitui. est autem centrum sphæræ in linea f t: rursus enim sit figura primo maior dimidia sphæra & sphæræ centrũ in dimidia sphæra sit punctum t; in minore portione p; in maiori uero sit k: & per k, & terræ centrum l ducatur k l. Itaque figura quæ est



extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per k: & propter ea, quæ ſuperius dicta ſunt, centrum grauitatis ipſius eſt in linea n k, quod ſit r; totius autem portionis centrum grauitatis eſt in linea f t, inter k & f, quod ſit x. reliquæ ergo figuræ, eius ſcilicet, quæ eſt in humido, centrum erit in recta linea r x producta ad partes x; & aſ-



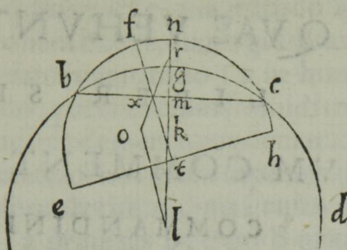
ſumpta ex ea linea quadam, quæ ad x r eandem habeat proportionem, quam grauitas portionis, quæ eſt extra humidum, ad grauitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem o centrum dictæ figuræ: & per o perpendicularis ducatur l o. Feretur ergo grauitas portionis quidem, quæ eſt extra humidum, per rectam r l deorſum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam o l ſurſum. non manet igitur figura; ſed partes eius, quæ ſunt ad h, deorſum ferētur; & quæ ad e ſurſum. atque hoc ſemper erit, donec f t ſecundum perpendicularem fiat.

COMMENTARIVS.

A ITAQVE figura, quæ eſt extra humidi ſuperficiem, axem habet in perpendiculari per k.]

DVCATVR enim b c, quæ ſecet lineam n k in m: ipſa uero n k circunferentiam a b c d ſecet in g. eodem modo, quo ſupra, de- *monſtra*

monstrabimus portionis sphæræ b n c axem esse ipsam n m: & portionis b g c axem g m. quare centrum grauitatis utriusque, erit in linea n m. & quoniam à portione b n c aufertur portio b g c, non habens idem grauitatis centrū: reliquæ magnitudinis, quæ est extra humidi superficiem, centrum grauitatis erit in linea n k; quæ scilicet earum portionum centra grauitatis coniungit: ex eadem octaua Archimedis.



ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

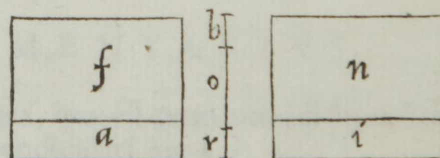
LIBER SECVNDVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

PROPOSITIO I.


I magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quã pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

DEMITTATVR enim in humidum aliqua magnitudo ſolida, quæ ſit fa, leuior humido: & pars quidem ipſius demerſa ſit a; quæ autem extra humidum f. demonſtrandum eſt, magnitudinem fa ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habere, quam habet



a ad fa. accipiatur enim aliqua humidi magnitudo n i

æqualis

æqualis magnitudini f a; sitq, ipsi f æqualis n: & ipsi a æqualis i. magnitudinis autem f a grauitas sit b: & magnitudinis n i grauitas o r; & ipsius i sit r. magnitudo igitur f a ad n i eam proportionem habet, quam grauitas b ad grauitatem o r. Sed quoniam magnitudo f a in humidum demissa leuior est humido; patet tantam humidi molem, quanta est pars magnitudinis demersa, eandem quam magnitudo f a habere grauitatem. hoc enim superius demonstratum est. At ipsi a respondet humidum i, cuius quidem grauitas est r; & ipsius f a grauitas b. ergo b grauitas eius, quod habet molem æqualem toti magnitudini f a, æqualis erit grauitati humidi i, uidelicet ipsi r. Et quoniam ut magnitudo f a ad humidum n i sibi respondens, ita est b ad o r: est autem b æqualis ipsi r: & ut r ad o r, ita i ad n i; & a ad f a. Sequitur ut f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habeat, quam magnitudo a habet ad f a. quod demonstrare oportebat.

5. primi huius.

11. quinti

PROPOSITIO II.

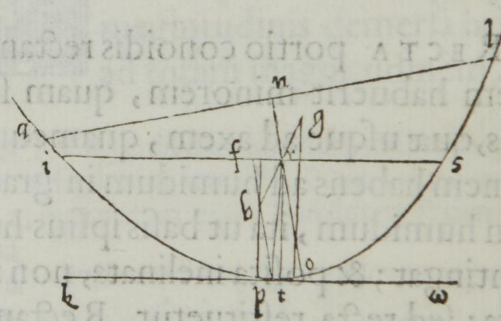
RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quam sesquialterum eius, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; & posita inclinata, non manebit inclinata; sed recta restituetur. Rectam dico consistere talem portionem, quando planum quod ipsam secuit, superficiei humidi fuerit æquidistans. A

SIT portio rectanguli conoidis, qualis dicta est; & ia-

ceat inclinata. Demonſtrandum eſt non manere ipſam; ſed rectam reſtitui. Itaque ſecta ipſa plano per axem, recto ad planum, quod eſt in ſuperficie humidi, portionis ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter n o: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Si igitur portio non eſt recta; non utique erit a l ipſi i s æquidiſtans. quare n o cum i s non faciet angulos rectos. ducatur ergo k ω contingens ſectionem coni in p [quæ ipſi i s æquidiſtet: & à puncto p ad i s ducatur p f æquidiſtans ipſi o n, quæ erit ſectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demerſæ. ſumantur deinde centra grauitatum: ſitq; ſolidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrũ r; ipſius uero i p o s centrum ſit b: & iuncta b r producatur ad g, quod ſit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a. Quoniam igitur n o ipſius quidem r o ſeſquialtera eſt; eius autẽ, quæ uſque ad axẽ minor, quam ſeſquialtera; erit r o minor, quàm quæ uſque ad axem. Quare angulus r p ω acutus erit: cum enim linea, quæ uſque ad axem maior ſit ipſa r o; quæ à puncto r ad k ω perpendicularis ducitur, uidelicet r t, cũ linea f p extra ſectionem conueniet: & propterea inter p & ω puncta cadat neceſſe eſt. Ita q; ſi per b g ducantur lineæ ipſi r t æquidiſtantes; angulos rectos cum ſuperficie humidi continebunt: & quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt, ipſi r t æquidiſtans: quod uero eſt extra humidum ſecundum

Suppleta a Federico Cõm.

B C D E F G



cundum eam, quæ per g, deorſum feretur; & non ita manebit ſolidum a p o l: nam quod eſt ad a feretur ſurſum; & quod ad b deorſum, donec n o ſecundum perpendicularem conſtituatur.]

COMMENTARIVS.

DESIDERATVR propoſitionis huius demonſtratio, quam nos etiam ad Archimedis figuram appoſite reſtituimus, commentarijsque illuſtrauimus.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem haberit minorem, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axẽ] *In tranſlatione mendoſe legebatur. maiorem quàm ſeſquialterum: & ita legebatur in ſequenti propoſitione. eſt autem recta portio conoidis, quæ plano ad axem recto abſcinditur: eámque rectam tunc conſiſtere dicimus, quando planum abſcindens, uidelicet baſis planum, ſuperficiei humidi æquidiſtans fuerit.* A

Quæ erit ſectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demerſæ] *ex 46 primi conicorum Apollonij: uel ex corollario 51 eiuſdem.* B

Sitque ſolidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrum r, ipſius uero i p o s centrum ſit b.] *Portionis enim conoidis rectanguli centrum grauitatis eſt in axe, quem ita diuidit, ut pars eius, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad baſim, ſit dupla: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 29 demonſtrauimus. Cum igitur portionis a p o l centrum grauitatis ſit r, erit o r dupla r n: & propterea n o ipſius o r ſeſquialtera. Eadem ratione b centrum grauitatis portionis i p o s eſt in axe p f, ita ut p b dupla ſit b f.* C

Et iuncta b r producatur ad g, quod ſit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a] *Si enim linea b r in g producta, habeat g r ad r b proportionem eam, quam conoidis portio i p o s ad reliquam figuram, quæ ex humidi ſuperficie extat: erit punctum g ipſius grauitatis centrum, ex octaua Archimedis.* D

E Erit r o minor, quàm, quæ usque ad axem] *Ex decima propositione quinti libri elementorum. Linea, quæ usque ad axem apud Archimedem, est dimidia eius, iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur; ut ex quarta propositione libri de conoidibus, & sphæroidibus apparet. cur uero ita appellata sit, nos in commentarijs in eam editis tradidimus.*

F Quare angulus r p ω acutus erit] *producatur linea n o ad h, ut sit r h æqualis ei, quæ usque ad axem. si igitur à puncto h ducatur linea ad rectos angulos ipsi n h, conueniet cum f p extra sectionem: ducta enim per o ipsi a l æquidistans, extra sectionem cadit ex decima septima primi libri conicorum. Itaque conueniat in u. & quoniam f p est æquidistans diametro; h u uero ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ usq; ad axẽ, linea à puncto r ad u ducta angulos rectos faciet cum ea, quæ sectionem in puncto p contingit, hoc est cum k ω, ut mox demonstrabitur. quare perpendicularis r t inter p & ω cadet; eritque r p ω angulus acutus.*

Sit rectanguli coni sectio, seu parabole a b c, cuius diameter b d: atque ipsam contingat linea e f in puncto g: sumatur autem in diametro b d linea h k æqualis ei, quæ usque ad axem: & per g ducta g l, diametro æquidistante, à puncto k ad rectos angulos ipsi b d ducatur k m, secans g l in m. Dico lineam ab h ad

in pro

m productam perpendicularem esse ad ipsam e f, quam quidem secet in n.

DVCATVR enim à puncto g linea g o ad rectos angulos ipsi e f, diametrum in o secans: & rursus ab eodem puncto ducatur g p ad diametrum perpendicularis: secet autem ipsa diameter producta lineā e f in q. erit p b ipsi b q æqualis, ex trigesimaquinta primi conicorum: & g p proportionalis īter q p, p o cor. 8. sexti. *quare quadratū g p rectangulo o p q æquale erit:* 17. sexti. *sed etiā æquale est rectangulo cōtento ipsa p b, & linea, iuxta quā possunt, quæ à sectione ad diametrū ordinatim ducuntur, ex undecima primi conicorum. ergo quæ est proportio q p ad p b eadem est lineæ,* 14. sexti. *iuxta quā possunt, quæ à sectione ducūtur ad ipsam p o: est autem q p dupla p b: cū sint p b, b q æquales, ut dictum est. Linea igitur iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur ipsius p o dupla erit: & propterea p o æqualis ei, quæ usque ad axem, uidelicet ipsi k h: sed est p g æqualis k m; & angulus o p g angulo h k m; quòd uterque rectus. quare & o g ipsi h m est æqualis:* 32. primi 4. primi. *& angulus p o g angulo k h m. æquidistantes igitur sunt o g, h n:* 28

29, primi *angulus h n f æqualis angulo o g f: quòd cum sit g o perpendicularis ad e f, & h n ad eandem perpendicularis erit. quod demonstrare oportebat.*

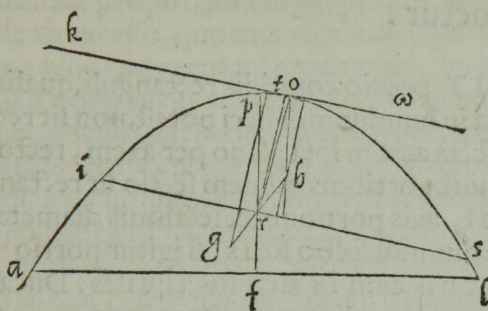
G Et quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt ipſi r t æquidiſtans.] *Cur hoc quidem ſurſum, illud uero deorſum per lineam perpendicularem feratur, diximus ſupra in octauam primi libri huius. quare neque in hac, neque in alijs, quæ ſequuntur, eadem iterare neceſſarium exiſtimauimus.*

PROPOSITIO III.

Recta portio conoidis rectanguli quando axem habuerit minorem, quam ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

Demittatur enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitq; ipſius baſis in humido: & ſecta ipſa plano per axē, recto ad ſuperficiē humidi, ſit ſectio a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Quòd ſi inclinata iaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. ergo p f cum i s angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædā k ω æquidiſtans ipſi i s; contingensq; ſectionē a p o l in o: & ſolidæ quidē magnitudinis a p o l ſit r grauitatis centrum: ipſius autem i p o s centrum ſit b: iun-

b: iunctaq; br producatur: & sit g centrum grauitatis reliquæ figuræ isla. similiter demonstrabitur angulum rok acutũ esse: & perpendicularẽ ab r ad kω ductam cadere inter k & o, quæ sit rt. si autem à punctis gb ducantur ipsi rt æquidistantes; pars quidem solidæ magnitudinis,



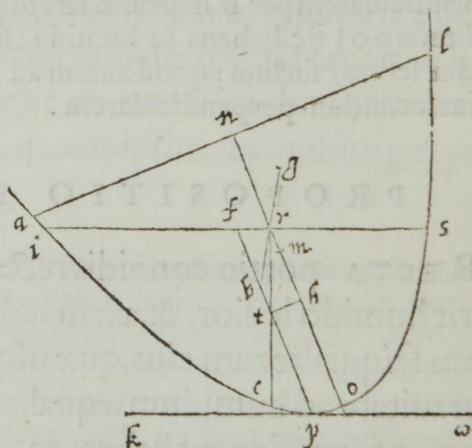
quæ in humido est, sursum feretur secundum perpendicularem per g ductam: quæ autem extra humidum secundũ perpendicularem per b deorsum feretur: & non manebit solidum apol sic habens in humido: sed quod quidem est ad a feretur sursum: quod autem ad l deorsum, donec pf fiat secundum perpendicularem.

PROPOSITIO IIII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorẽ, qnàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem: si in grauitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quàm quadratũ, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axẽ, habet ad quadratum, quod ab axe; demissa in humidum, ita

ut basis ipsius humidum non contingat; & posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur.

SIT portio conoidis rectanguli, qualis dicta est: & demissa in humidum, si fieri potest, non sit recta; sed inclinata: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, portionis quidem sectio sit rectanguli coni sectio a p o l, axis portionis, & sectionis diameter n o; & superficiei humidi sectio sit i s. si igitur portio non est recta, nō faciet n o cum i s angulos æquales. Ducatur k ω contingens rectanguli coni sectionem in p; æquidistansq; ipsi i s: & à puncto p ipsi o n æquidistans ducatur p f. Itaque sumantur centra grauitatum: & solidi quidem a p o l centrum sit r; eius autem, quod intra humidum, centrum b: iunctaq; b r producatur ad g, ut g sit centrū grauitatis solidi, quod extra humidum. Quoniam igitur n o ipsius quidem r o sesquialtera ē; eius autē, quæ usque ad axē maior, quàm sesquialtera: patet r o maiorē esse, quàm quæ usq; ad axē. Sit ei, quæ usque ad axē æqualis r h: & o h dupla ipsius h m. quòd cū n o ipsius r o sesquialtera sit; itemq; m o ipsius o h: & reliqua n m reliquæ r h sesquialtera erit. ergo axis tanto maior est, quàm



Marginal notes: 10. quinti; A; B; 19. quinti

ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea m o. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in grauitate proportionem habere, quàm quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. quare conſtat portionem ad humidum in grauitate non minorem proportionem habere, quàm quadratum lineæ m o ad quadratum ipſius n o. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim C
ſupra demonſtratum eſt: & quam proportionem habet de D
merſa portio ad totam, eam quadratum p f habet ad n o quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, & ſphæroidibus, ſi à rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, qnàm quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. non minorem ergo proportionē habet quadratum p f ad quadratū n o, quàm quadratum m o ad idem n o quadratum. quare E
p f non eſt minor ipſa m o; nec b p item minor h o. Si F
igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n o, coi- G
bit cum b p, atque inter b, & p cadet. coeat in t. & quo H
niam p f quidem æquidiſtans eſt diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab r ad t & producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto p contingente. quare & cum i s, & cum humidi ſuperficie, quæ per i s tranſit. Itaque ſi per b g puncta lineæ ipſi r t æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: & quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per b ducta fuerit ipſi r t æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per g deorſum feretur. atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.

COMMENTARIVS.

A Sit ei, quæ usque ad axem æqualis r h.] *Ita legendum est, non r m, ut translatio habet, quod ex ijs, quæ sequuntur, manifeste constare potest.*

B Et o h dupla ipsius h m.] *In translatione mendose legebatur, o n dupla ipsius r m.*

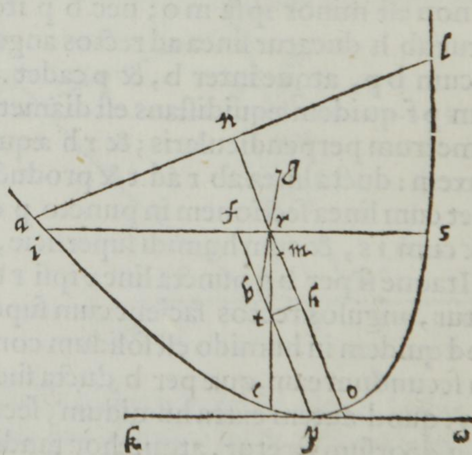
C Hoc enim supra demonstratum est.] *In prima huius.*

D Et quam proportionem habet demersa portio ad totã, eam quadratum p f habet ad n o quadratum.] *Hoc loco in translatione non nulla desiderabantur, quæ nos restituimus. Illud autem ab Archimede demonstratum est in libro de conoidibus & sphæroidibus propositione 26.*

E Quare p f non est minor ipsa m o.] *Nam ex decima quinti sequitur, quadratum p f non esse minus quadrato m o. quare neque linea p f minor erit linea m o ex 22 sexti.*

F Nec b p item minor h o.] *Est enim ut p f ad p b, ita m o, ad h o. & permutando, ut p f ad m o, ita b p, ad h o. sed p f non*
14. quinti *est minor m o, ut ostensum est. ergo neque b p ipsa h o minor erit.*

G Si igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p, atque inter b & p cadet.] *Corruptus erat hic locus in translatione. Illud uero ita demonstrabitur. Quoniam p f non est minor o m, nec p b ipsa h o; si ponatur p f æqualis o m; & p b, ipsi h o æqualis erit.*



quare

quare per o ducta ipsi a l æquidistans cadet extra sectionem ex 17. primi conicorum: & cum b p producta coibit infra p. ergo & perpendicularis ducta per h cum eadem infra b coibit, atque inter b & p necessario cadet. multo autem magis illud idem sequetur, si ponamus p f ipsa o m maiorem esse.

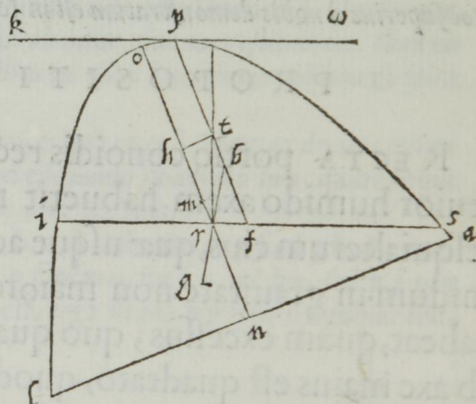
Et quoniam p f quidem æquidistans est diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ usque ad axem, ducta linea ab r ad e, & producta angulos rectos facere cum linea sectionem in p contingente.] H
Hoc superius à nobis demonstratum est in secundam huius.

PROPOSITIO V.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; si ad humidum in grauitate non maiorem proportionē habeat, quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; & posita inclinata non manebit inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim in humidum portio aliqna, qualis dicta est: & sit basis ipsius tota in humido. Secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, erit sectio rectanguli coni sectio, quæ sit a p o l; axis portionis,

& sectionis diameter n o: superficiei autem humidi sectio sit i s. Quoniam igitur axis non est secundum perpendicu larem; ipsa n o cum i s non faciet angulos æquales. Ducatur k ω contingens sectionem a p o l in p; atque ipsi i s æquidistans: per p autem ducatur p f æquidistãs ipsi n o: & sumantur grauitatum centra: sitq; ipsius a p o l solidi centrum r; eius quod extra humidum sit b: & iuncta b r producatur ad g, quod sit centrum grauitatis solidi ĩ humido demersi: sumatur præterea r h æqualis ei, quæ usque ad axẽ: o h autem dupla ipsius h m; & alia fiãt, sicuti superius dictum est. Itaque cum portio ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habere ponatur, quã excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: & quam proportionem in grauitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demersa ad totam portionem, quod demonstratum est in prima propositione: magnitudo demersa non maiorem proportionem habebit ad totam portionem, quàm sit dicta illa proportio. quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o. habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum



11. quinti.

A

B

dratum

dratum n o ad quadratum p f. quadratum igitur n o ad quadratum p f non maiorem proportionem habet, quàm ad quadratum m o. ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h. quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p inter p & b. coeat in t. & quoniam in rectanguli coni sectione p f est æquidistans diametro n o; h t autem ad diametrum perpendicularis: & r h æqualis ei, quæ usque ad axem: constat r t productam facere angulos rectos cum ipsa k p ω. quare & cum i s. ergo r t perpendicularis est ad superficiem humidi. et si per b g puncta ducantur æquidistantes ipsi r t, ad superficiem humidi perpendiculares erunt. portio igitur, quæ est extra humidum, deorsum in humidum feretur secundum perpendicularem per b ductam; quæ uero intra humidum secundum perpendicularem per g sursum feretur: & non manebit solida portio a p o l, sed intra humidum mouebitur, donec utique ipsa n o secundum perpendicularem fiat. C D

COMMENTARIVS.

Quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam, quæ est extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o] *Cum enim magnitudo portionis in humidum demersa ad totam portionem non maiorem proportionem habeat, quàm excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: conuertendo per uigesimásextam quinti elementorum ex traditione Campani, tota portio ad magnitudinem demersam non minorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad excessum, quo ipsum quadratum n o excedit quadratum m o. Intelligatur portio, quæ extra humidum, magnitudo prima: quæ in humido demersa est, secunda: tertia autem magnitudo sit quadratum m o: & excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o sit quarta. ex his igitur magnitudinibus, primæ & secundæ ad secun-* A

dam non minor est proportio, quàm tertiæ & quartæ ad quartam; est enim quadratum m o unà cum excessu, quo quadratum n o excedit quadratum m o æquale ipsi n o quadrato. quare per conuersionem rationis ex 30 eiusdem, primæ & secundæ ad primam non maior proportio erit, quàm tertiæ & quartæ ad tertiam: & idcirco tota portio ad portionem eam, quæ est extra humidum non maiorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad quadratum m o. quod demonstrandum proponebatur.

B Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum n o ad quadratum p f.] *Ex uigesimasexta libri de conoidibus, & sphæroidibus.*

C Ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h.] *Sequitur illud ex decima & decimaquarta quinti, & ex uigesimasecunda sexti elementorum, ut superius dictum est.*

D Quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o coibit cum p b inter p & b.] *Cur hoc ita contingat, nos proxime explicauimus.*

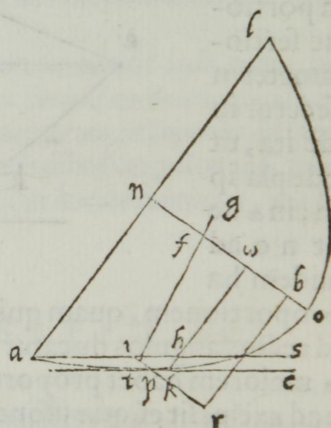
PROPOSITIO VI.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem, minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demissa adeo, ut basis ipsius contingat humidum, nunquam consistet inclinata ita, ut basis in uno puncto humidum contingat.

Sit

SIT portio, qualis dicta eſt, & in humidum demittatur, ſicuti diximus, adeo ut baſis eius in uno puncto contingat humidum. demonſtrandum eſt non manere ipſam portionem, ſed reuolui ita, ut baſis nullo modo humidi ſuperficiẽ A
contingat. Secta enim ipſa per axem, plano ad ſuperficiem humidi recto, ſit ſectio ſuperficiei portionis a p o l rectãguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit a s: axis autem portionis, ac ſectionis diameter n o: & ſcecetur in f quidẽ ita, ut o f ſit dupla ipſius f n; in ω uero, ut n o ad f ω eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: & ipſi n o ad rectos angulos ducatur ω k. Itaque quoniam n o B
ad f ω maiorem habet proportionem, quàm ad eam, quæ uſque ad axem; ſit ei, quæ uſque ad axem æqualis f b: & ducatur p c quidem ipſi a s æquidiſtans, cõtingensq; ſectionem a p o l in p; p i uero æquidiſtans ipſi n o: & primum ſecet p i ipſam k ω in h. Quoniã ergo in portione a p o l, C
quæ continetur recta linea, & rectanguli coni ſectione, k ω quidem æquidiſtans eſt ipſi a l; p i uero diametro æquidiſtat: ſecaturq; ab ipſa k ω in h: & a s æquidiſtat contingenti in p: neceſſarium eſt ipſam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem: hoc enim iam demonſtratum eſt. At uero n ω ſeſquialtera eſt ipſius ω o. & p i igitur uel ſeſquialtera eſt ipſius h p; uel maior, quàm ſeſquialtera. Quare p h ipſius h i aut du D

pla eſt, aut minor, quàm dupla. Sit autem p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod eſt in humido, punctum t. Itaque iuncta t f producatur; ſitq; eius, quod extra humidum grauitatis centrum g: & à puncto b ad rectos angulos ipſi n o ducatur b r. Quòd cum p i quidem ſit æquidiſtans diametro n o: b r autem ad diametrum perpendicularis. & f b æqualis ei, quæ uſque ad axem: perſpicuum eſt f r productam æquales facere angulos cum ea, quæ ſectionem a p o l in puncto p contingit. quare & cum a s: & cum ſuperficie humidi. lineæ autem ductæ per t g æquidiſtantes ipſi f r, erunt & ad humidi ſuperficiẽ perpendiculares: & ſolidi a p o l magnitudo, quæ ẽ intra humidum ſurſum feretur ſecundum perpendicularem per t ductam; quæ uero extra humidum ſecundum eam, quæ per g E deorſum feretur. reuoluetur ergo ſolidum a p o l: & baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem continget. At ſi p i lineam k ω non ſecet, ut in ſecunda figura; manifeſtum eſt punctum t, quod eſt centrum grauitatis demerſæ portionis, cadere inter p & i: & reliqua ſimiliter demonſtrabuntur.



COMMENTARIVS.

A Demonſtrandum eſt non manere ipſam portionem, ſed reuolui ita, ut baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat.] *Hæc nos addidimus tanquam ab interprete omiſſa.*

Itaque

Itaque quoniam n o ad f ω maiorem habet proportionem, quam ad eam, quæ usque ad axem.] *Habet enim diameter portionis n o ad f ω proportionem eandem, quam quindecim ad quatuor; ad eam uero, quæ usque ad axem minorem proportionem habere ponitur, quàm quindecim ad quatuor. quare n o ad f ω maiorem habebit proportionem, quàm ad eam, quæ usque ad axem: & propterea quæ usque ad axem ipsa f ω maior erit.* B 10.quinti

Quoniam ergo in portione a p o l, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni sectione, k ω quidem æquidistans est ipsi a l; p i uero diametro æquidistat; secaturq; ab ipsa k ω in h: & a ç æquidistat contingenti in p: necessarium est ipsam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem. hoc enim iam demonstratum est.] *Vbi hoc demonstratum sit uel ab ipso Archimede, uel ab alio, numdum apparet, quocirca nos demonstrationem afferemus, posteaquam non nulla, quæ ad eam pertinent explicauerimus.*

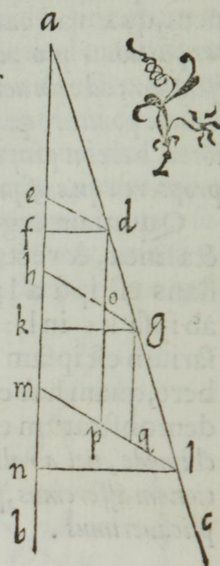
LEMMA I.

Sint lineæ a b, a c angulum b a c continentes: & à puncto d, quod in linea a c sumptum sit, ducantur d e, d f utcunque ad ipsam a b. Sumptis uero in eadem linea quotlibet punctis g l, ducantur g h, l m ipsi d e æquidistantes; & g k, l n æquidistantes f d. deinde à punctis d, g usque ad lineam m l ducantur, d o p quidem secans g h in o; & g q, quæ æquidistent ipsi b a. Dico lineas, quæ inter æquidistantes ipsi f d ad eas, quæ inter æquidistantes d e interiiciuntur, uidelicet k n ad g q, uel ad o p; f k ad d o; & f n ad d p eandem inter se se proportionem habere: nempe eam, quã habet a f ad a e.

Quoniam enim triangula afd, akg, anl similia sunt; itemq; similia efd, hkg, mnl: erit ut af ad fd, ita ak ad kg; ut autem fd ad fe, ita kg ad kh. quare ex æquali ut af ad fe, ita ak ad kh: & per conuersionem rationis ut af ad ae, ita ak ad ah. eodem modo ostendetur, ut af ad ae, ita an ad am. cum igitur an ad am sit, ut ak ad ah; erit reliqua kn ad reliquam hm, hoc est ad gq, uel op, ut an ad am; hoc est ut af ad ae. rursus ak ad ah est, ut af ad ae. ergo reliqua fk ad eh reliquam, uidelicet ad do, ut af ad ae. Similiter demonstrabimus ita esse fn ad dp. quod quidem demonstrare oportebat.

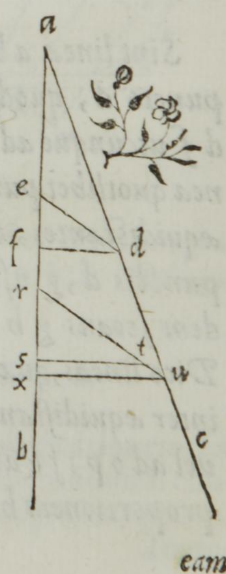
4. sexti.

19. quinti



LEMMA II.

Sint in eadem linea ab puncta duo rs ita disposita, ut as ad ar eandem proportionem habeat, quam af ad ae: & per r ducatur rt ipsi ed æquidistans; per s uero ducatur st æquidistans fd, ita ut cum rt in t puncto conueniat. Dico punctum t cadere in lineam ac.



Si enim fieri potest, cadat citra: & producatur rt usque ad ipsam ac in u. deinde per u ducatur ux ipsi fd æquidistans. Itaque ex iis, quæ proxime demonstrauimus ax ad ar

eam

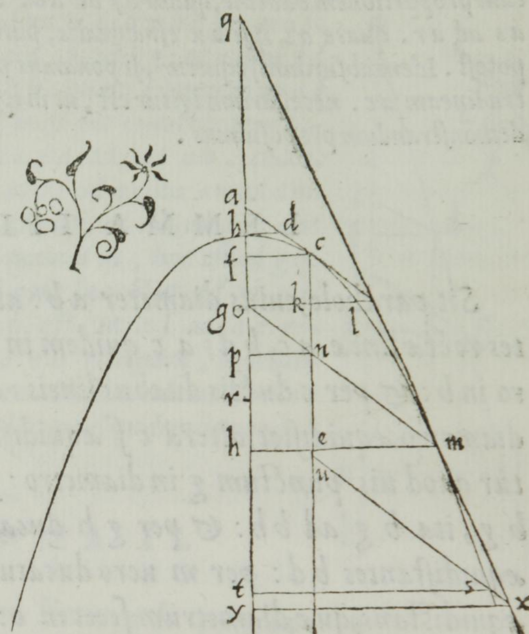
eam proportionem habebit, quam a f ad a e. Sed & eandem habet a s ad a r. quare a s ipsi a x est æqualis, pars toti, quod fieri non potest. Idem absurdum sequetur, si ponamus punctum t cadere ultra lineam a c. necessarium igitur est, ut in ipsam a c cadat. quod demonstrandum proposuimus. 9.quinti

LEMMA III.

Sit parabole, cuius diameter a b: atque eam cõtingentes rectæ lineæ a c, b d; a c quidem in puncto c, b d uero in b: & per c ductis duabus lineis; quarum altera c e diametro æquidistet, altera c f æquidistet ipsi b d: sumatur quod uis punctum g in diametro: fiatq; ut f b, ad b g, ita b g ad b h: & per g h ducantur g k l, h e m, æquidistantes b d: per m uero ducatur m n o ipsi a c æquidistans, quæ diametrum secet in o: & per n ducta n p usque ad diametrum, ipsi b d æquidistet. Dico h o ipsius g b duplam esse.

VEL igitur linea m n o secat diametrum in g, uel in alijs punctis: & si quidem secat in g, unum atque idem punctum duabus literis g o notabitur. Itaque quoniam f c, p n, h e m sibi ipsis æqui distant: & ipsi a c æquidistat m n o: fient triangula a f c, o p n, o h m inter se similia. quare erit o h ad h m, ut a f ad f c: & permutando o h ad a f, ut h m ad f c. est autem quadratum h m ad quadratum g l, ut linea h b ad lineam b g, ex uigesima primi libri conicorum: & quadratum g l ad quadratum f c, ut linea g b ad ipsam b f: suntq; h b, b g, b f lineæ deinceps proportionales. ergo & quadrata h m, g l, f c, & ipsorum latera proportionalia erunt. atque idcirco ut quadratum h m ad quadratum g l, ita li- 4. sexti. 22. sexti. cor. 20. sexti.

nea h m ad lineam f c. at uero ut h m ad f c, ita o h ad a f: & ut quadratum h m ad quadratũ g l, ita linea h b ad b g; hoc est b g ad b f. ex quibus sequitur o h ad a f ita esse, ut b g ad b f: & permutando o h ad b g, ut a f ad f b. sed est a f dupla ipsius f b: sunt enĩ a b, b f æquales ex 35 primi libri conicorum. ergo & h o ipsius g b est dupla. quod demonstrare oportebat.

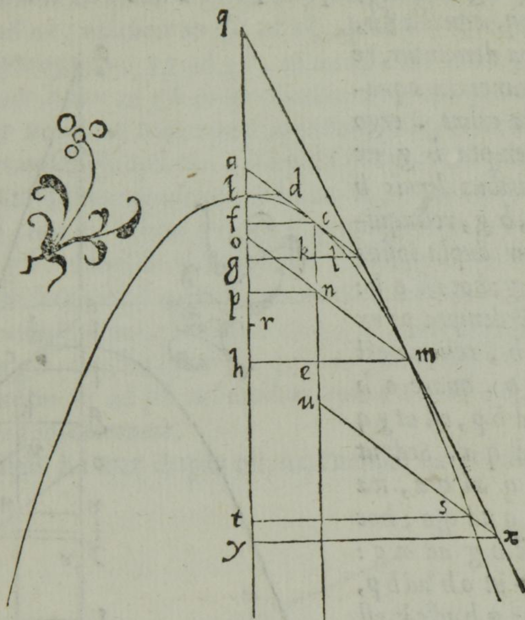


LEMMA IIII.

Iisdem manentibus, & à puncto m ducta m q usque ad diametrum, quæ sectionem in puncto m contingat; Dico h q ad q o eandem proportionem habere, quam habet g h ad c n.

FIAT enim h r æqualis g f. & cum triangula a f c, o p n similia sint, & p n sit æqualis f c; eodem modo demonstrabimus p o, f a inter se æquales esse. quare p o ipsius f b dupla erit. Sed est h o dupla g b. ergo & reliqua p h reliquæ f g; uidelicet ipsius r h est dupla

pla. ex quo fit ut p r, r h, f g inter se sint æquales; itémq; æquales r g, p f. est enim p g utrique r p, g f communis. Quoniam igitur h b ad b g est, ut g b ad b f; per cõuersionem rationis erit b h ad h g, ut b g ad g f. est autem q h ad h b, ut h o ad g b. nam ex 35 primi libri conicorum, cum linea q m cõtingat sectionem in puncto m; erũt h b, b q æquales; & g h ipsius h b dupla. ergo ex æquali q h ad h g, ut h o ad g f; hoc est ad h r: & permutando q h ad h o, ut g h ad h r.

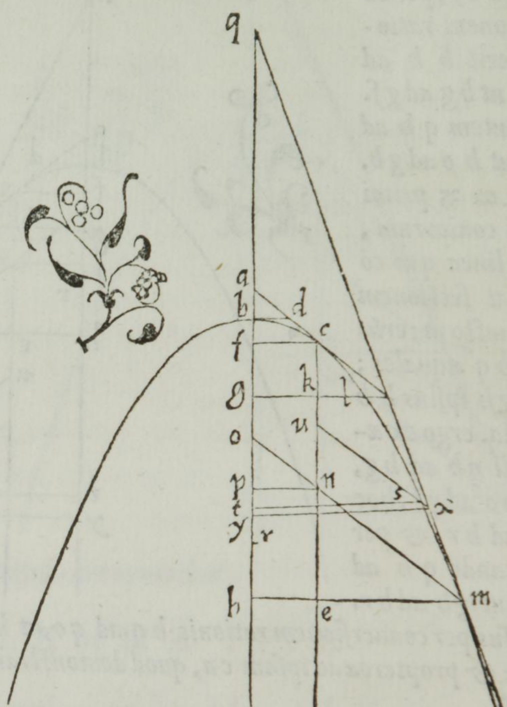


rursus per conuersionem rationis h q ad q o, ut h g ad g r; hoc est p f: & propterea ad ipsam c n, quod demonstrandum fuerat.

His igitur explicatis, iam ad id, quod propositum fuerat, accedamus. Itaque dico primum n c ad c k eandem proportionem habere, quam h g ad g b.

Quoniam enim h q ad q o est, ut h g ad c n, hoc est ad a o ipsi c n æqualem; erit reliqua g q ad reliquam q a, ut h q ad q o: & ob eam caussam lineæ a c g l productæ ex ijs, quæ supra demonstrauimus in linea q m conueniunt. Rursus g q ad q a est, ut h q ad

2. lem. q o; uidelicet ut h g ad f p: quod proxime demonstratum est. At
4. lem. uero ipsi g q æquales sunt duæ lineæ simul sumptæ q b, hoc est h b, & b g: atque ipsi q a æqualis est h f. Si enim ab æqualibus h b, b q, æqualia f b, b a demantur, remanentia æqualia erunt. ergo dempta h g ex duabus lineis h b, b g, relinquitur dupla ipsius b g; hoc est o h: & dempta p f ex f h, reliqua est
19. quinti h p. quare o h ad h p, est ut g q ad q a. Sed ut g q ad q a, ita h q ad q o; hoc est h g ad n c:
15. quinti. & ut o h ad h p, ita g b ad c k. est enim o h dupla g b, & h p item dupla g f; hoc est c k. eandem igitur proportionem habet h g ad n c, quam g b ad c k: & permutando n c ad c k eandem habet, quam h g ad g b.

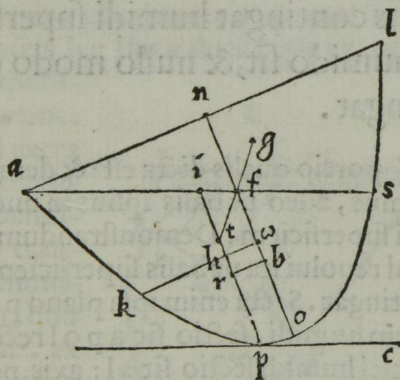


Sumatur deinde aliud quod uis punctum in sectione, quod sit s: & per s duæ lineæ ducantur: s t quidem æquidistans ipsi d b, diametrumq; in puncto t secans; s u uero æquidistans a c, & secans c e in u. Dico u c ad c k maiorem proportionem habere, quam t g ad g b.

Produ

Producatur enim u s ad lineam q m in x: & à puncto x ducatur ad diametrum x y ipsi b d æquidistans. erit g t minor quàm g y, quoniam u s minor est quàm u x: & ex primo lemmate y g ad u c erit, ut h g ad n c; uidelicet ut g b ad c k, quod proxime demonstrauimus: & permutando y g ad g b, ut u c ad c K. Sed t g cum sit ipsa y g minor, habet ad g b proportionem minorem, quàm y g ad eandem. ergo u c ad c K maiorem proportionẽ habet, quàm t g ad g b. quod demonstrasse oportuit. Itaque positione data g K unum duntaxat erit in sectione punctum, uidelicet m, à quo ductis duabus lineis m e h, m n o, habeat n c ad c K proportionem eandem, quam h g ad g b. nam si ab alijs omnibus ducantur, semper ea, quæ inter a c, & lineam ipsi æquidistantem interijcitur, ad c K proportionem maiorem habebit, quàm quæ inter g K atque ei æquidistantem, ad ipsam g b. Constat igitur id, quod ab Archimede dictum est; nempe lineam p i ad p h uel eandem, quam n ω ad ω o, uel maiorem habere proportionem.

Quare p h ipsius h i aut dupla est, aut minor quàm dupla.] *Si quidẽ minor, quàm dupla, sit p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod in humido est, punctum t. si uero p h sit ipsius h i dupla, erit h grauitatis centrum: ductâq; h f, & producta ad centrum eius, quod est extra humidum, uidelicet ad g, alia similiter demonstrabuntur. atque idem intelligendum est in propositione, quæ sequitur.* D



Re uoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nullo E

F

modo humidi ſuperficiem continget.] *In translatione legebatur ut baſis ipſius non tangat ſuperficiem humidi ſecundum unum ſignum. nos autem ita uertere maluimus, & hic & in iјs, quæ ſequuntur, quoniam græci* οὐδὲ εἷς, οὐδὲ ἕν, *pro* οὐδείς, & οὐδὲν *frequenter utũtur. ut* οὐδ᾽ ἔστιν οὐδείς, *nullus eſt:* οὐδ᾽ ὑφ᾽ ἑνός, *à nullo & alia eiuſmodi.*

PROPOSITIO VII.

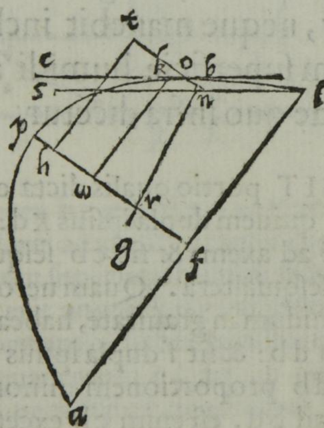
RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo ut baſis ipſius tota ſit in humido; nunquam conſiſtet ita, ut baſis contingat humidi ſuperficiem: ſed ut tota in humido ſit, & nullo modo eius ſuperficiem contingat.

SIT portio qualis dicta eſt: & demittatur in humidũ, ut diximus, adeo ut baſis ipſius in uno puncto contingat humidi ſuperficiem. Demonſtrandum eſt non manere ipſam: ſed reuolui ita ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat. Secta enim ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit s l: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſeceturq; p f in r quidem ita ut r p ſit dupla ipſius r f; in ω autem ut p f ad r ω proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: & ω k ipſi p f ad rectos angulos ducatur erit r ω minor, quàm quæ uſque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ uſque ad axem æqualis r h:

&c o

& c o quidē ducatur con tingēs ſectio nē in o, quæ ipſi s l æquidiſtet; n o au tem æquidiſtet p f: & pri mum ipſam k ω ſecet, atque in pūcto i ſimiliter ut in ſuperioribus demonſtrabitur n o, uel ſeſquialtera ipſius o i, uel maior, quàm ſeſquialtera. Sit autem o i minor, quàm dupla ipſius i n: ſitq; o b dupla b n: & diſponantur eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus, ſi ducatur linea r t, facere eam angulos rectos cum linea c o, & cum ſuperficie humidi. quare à punctis b g lineæ ductæ ipſi r t æquidiſtātes, etiā ad humidi ſuperficiē perpēdiculares erunt. portio igitur quæ eſt extra humidū deorſum feretur ſecundum eam perpendicularem, quæ per b tranſit; quæ uero intra humidum ſecundum eam, quæ per g ſurſum feretur. ex quibus conſtat reuolui ſolidum, ita ut baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorſum fer-

lo. quinti



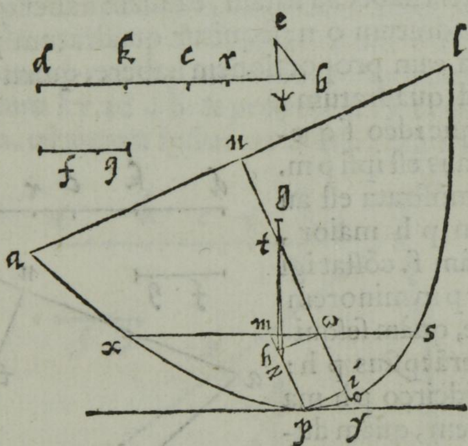
tur ex parte l. Quod si n o non secuerit ipsam ω k, eadem nihilominus demonstrabuntur.

PROPOSITIO VIII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: si in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; neque in rectum restituetur, neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualẽ ei, de quo infra dicetur.

SIT portio qualis dicta est; sitque b d æqualis axi: & b k quidem dupla ipsius k d: r k uero æqualis ei, quæ usque ad axem: & sit c b sesquialtera b r. erit & c d ipsius
A k r sesquialtera. Quam uero portionem habet portio ad humidum in grauitate, habeat quadratum f q ad quadratum d b: & sit f dupla ipsius q. perspicuum igitur est f q ad d b proportionem minorem habere ea, quam habet c b ad b d. est enim c b excessus, quo axis maior est, quàm
B sesquialter eius, quæ usque ad axem: quare f q minor est ipsa

ipsa b c: & idcirco f minor ipsa b r. sit ipsi f æqualis r ψ: C
ducaturq; ad b d perpendicularis ψ e, quæ possit dimidiũ eius, quod lineis k r, ψ b continetur: & iungatur b e. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, sicuti dictum est, consistere inclinatam ita, ut axis cum superficie humidi angulum faciat angulo e b ψ æqualem. demittatur enim aliqua portio in humidum, ut basis ipsius humidi superficiem non contingat: & si fieri potest, axis cum superficie humidi non faciat angulum æqualem angulo e b ψ; sed primo maiorem. secta autẽ portione plano per axem, recto ad superficiem humidi, sit sectio a p o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio x s: sitq; axis portionis, & sectiõis diameter n o: & ducatur p y quidem ipsi x s æquidistans, quæ sectionem a p o l contingat in p: p m uero æquidistans ipsi n o: & p i ad



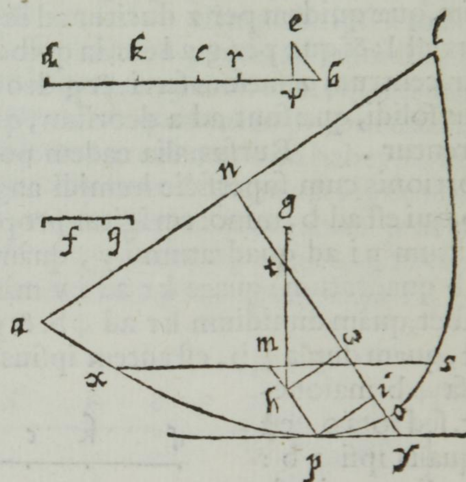
n o perpendicularis. sit præterea b r æqualis o ω. itemq; D
r k ipsi t ω: & ω h perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b E
maior. maiorem ergo proportionem habet quadratum p i ad quadratum y i, quam quadratum e ψ ad ψ b quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum p i F
ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y:

G & quam proportionem habet quadratum eψ ad quadratum ψb, eandem habet dimidium lineæ kr ad lineã ψb.
13. quinti. quare maiorem habet proportionem kr ad iy, quàm dimidium kr ad ψb: & idcirco iy minor eſt, quàm dupla
H ψb. eſt autem ipſius oi dupla. ergo oi minor eſt, quàm
K ψb: & iω maior, quàm ψr. ſed ψr eſt æqualis ipſi f. maior igitur eſt iω, quàm f. & quoniam portio ad humidum in grauitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum fq ad quadratum bd: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet pars ipſius demerſa ad totam portionem: & quam pars ipſius demerſa habet ad totam, eandem habet quadratum pm ad quadratum on: ſequitur quadratum pm ad quadratum on eam proportionem habere, quam quadratum fq ad bd quadratum.
L atque ideo fq æqualis eſt ipſi pm.
M demõſtrata eſt autem ph maior, quàm f. cõſtat igitur pm minorem eſſe, quàm ſeſquialterã ipſius ph: & idcirco ph maiorem, quàm duplam hm. Sit pz ipſius zm dupla. erit t quidem cẽtrũ grauitatis totius ſolidi: centrũ eius partis, quæ intra humidum, punctum z: reliquæ uero
N partis centrum erit in linea zt producta uſque ad g. Eodẽ modo demonſtrabitur linea th perpendicularis ad ſuperficiem humidi. & portio demerſa in humido feretur extra humidum

humidum ſecundum perpendicularem, quæ per z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per g intra humidum feretur. nō ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per z g ductarum, quæ quidem per z ducitur ad eas partes cadit, in quibus eſt l; & quæ per g ad eas, in quibus eſt a. quare ſequitur centrum z ſurſum ferri: & g deorſum. ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad a deorſum, quæ uero ad l ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorē eo, qui eſt ad b. minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ψ ad ψ b quadratum: quare k r ad i y minorem proportionē habet, quàm dimidium k r ad ψ b: & propterea i y maior eſt, quam dupla ψ b. eſt autem ipſius o i dupla. ergo o i ipſa ψ b maior erit. ſed tota o ω eſt æqualis ipſi r b: & reliqua ω i minor quàm ψ r. quare & p h minor erit, quàm f. Quòd cum m p ipſi f q ſit æqualis, cōſtat p m maiorē eſſe, quàm ſeſquialterā ipſius p h: & p h minorem, quam duplam h m. Sit p z ipſius z m dupla. Rurſus totius quidem ſolidi centrum grauitatis erit pūctum t; eius uero partis, quæ intra humidum z: & iuncta z t inuenia-

tur centrum grauitatis eius, quæ extra humidum in protracta, quod sit g. Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi superficiem, quæ ipsi t h æquidistent, sequitur portionem ipsam non manere, sed reuolui adeo, ut axis cum superficie humidi angulum faciat maiorẽ eo, quem nunc facit.

P



Et quoniam cũ antea posuissem᷒ facere angulũ maiorem angulo b, portio neque tũc cõsistebat; perspicuũ est ipsam consistere, si angulum fecerit angulo b æqualem. Sic enim erit i o æqualis ∻ b: itemq; ω i æqualis ∻ r: & p h ipsi f. erit igitur m p sesquialtera p h; & p h dupla h m. quare cum h sit centrum grauitatis eius partis, quæ est in humido, per eandem perpendicularem, & ipsa sursum, & quæ extra est feretur deorsum. manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.

Q

COMMENTARIVS.

A ET sit ∻b sesquialtera b r. erit & c d ipsius k r sesquialtera.] *In translatione ita legebatur. sit autem & c b quidem hemiolia ipsius b r: c d autem ipsius K r. Sed nos quod postremo loco legitur, idcirco corrigendum duximus, quoniam illud non ponitur ita esse, sed ex ijs, quæ posita sunt, necessario colligitur. si enim*

b k

b ʇ dupla sit ʇ d, erit d b ipsius b ʇ sesquialtera. & quoniam e b ses quialtera est b r, sequitur reliquam c d ipsius ʇ r, hoc est eius, quæ usque ad axem sesquialteram esse. quare b c erit excessus, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. 19. quinti

B Quare f q minor est ipsa b c.] *Nam cum portio ad humidum in grauitate proportionem habeat eandem, quàm quadratum f q ad quadratum d b: habeatq; minorem proportionem, quàm quadratum factum ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum ab axe; hoc est minorem, quàm quadratum c b ad quadratum b d: ponitur enim linea b d æqualis axi: quadratum f q ad quadratum d b proportionem minorem habebit, quàm quadratum c b ad idem b d quadratum. ergo quadratum f q minus erit quadrato c b: & propterea linea f q ipsa b c minor.* 8. quinti.

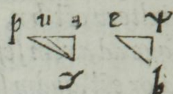
C Et idcirco f minor ipsa b r.] *Quoniam enim c b sesquialtera est b r, & f q ipsius f sesquialtera: estq; f q minor b c; & f ipsa b r minor erit.* 14. quinti.

D Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b maior.] *Nam cum linea p y superficiei humidi æquidistet; uidelicet ipsi x s: angulus p y i æqualis erit angulo, qui diametro portionis n o, & linea x s continetur. quare & angulo b maior erit.* 29. primi

E Maiorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ʇ ad ʇ b quadratū.] *Describantur seorsum triangula p i y, e ʇ b. & cum angulus p y i maior sit angulo e b ʇ, ad lineam i y, atque ad punctum y in ea datum fiat angulus u y i æqualis angulo e b ʇ. est autem angulus ad i rectus æqualis recto ad ʇ. reliquus igitur y u i reliquo b e ʇ est æqualis. quare linea u i ad lineam i y eandem proportionem habet, quam linea e ʇ ad ʇ b. Sed linea p i, quæ maior est ipsa u i ad lineam i n maiorem habet proportionem quam u i ad eandem. ergo p i ad i y maiorem proportionem habebit, quàm e ʇ ad ʇ b: & propterea quadratum p i ad quadratum i y maiorem habebit, quàm* 4. sexti. 8. quinti. 13. quinti.

quadratum e ↓ ad quadratum ↓ b.

F Sed quam proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y.] *Est enim ex undecima primi conicorum quadratum p i æquale rectangulo contento linea i o, & ea, iuxta quam possunt quæ à sectione ad diametrum ducuntur, uidelicet dupla ipsius* κ *r. atque est i y dupla i o, ex trigesimatertia eiusdem: quare ex decimasexta sexti elementorum, rectangulum, quod fit ex* κ *r, & i y æquale est rectangulo contento linea i o & ea, iuxta quam possunt: hoc est quadrato p i. Sed ut rectangulum ex* κ *r, & i y ad quadratum i y, ita linea* κ *r ad ipsam i y. ergo linea* κ *r ad i y eandem proportionem habebit, quam rectangulum ex* κ *r & i y, hoc est quadratum p i ad quadratum i y.*



lem. 22. decimi.

G Et quam proportionem habet quadratũ e ↓ ad quadratum ↓ b, eandem habet dimidium lineæ K r ad lineã ↓ b.] *Nam cum quadratum e ↓ positum sit æquale dimidio rectanguli contenti linea* κ *r, & ↓ b; hoc est ei, quod dimidia ipsius* κ *r & linea ↓ b continetur: & ut rectangulum ex dimidia* κ *r, & ↓ b ad quadratum ↓ b, ita sit dimidia* κ *r ad lineam ↓ b: habebit dimidia* κ *r ad ↓ b proportionem eandem, quam quadratum e ↓ ad quadratum ↓ b.*

lem. 22. decimi

H Et idcirco i y minor est, quàm dupla ↓ b.] *Quam enim proportionem habet dimidium* κ *r ad ↓ b, habeat* κ *r ad aliam lineam. erit ea maior, quàm i y; nempe ad quam* κ *r minorem proportionẽ habet: atque erit dupla ↓ b. ergo i y minor est, quam dupla ↓ b.*

10. quinti

K Et i ω maior, quam ↓ r.] *Cum enim o ω posita sit æqualis b r si ex b r dematur ↓ b, & ex o ω dematur o i, quæ minor est ↓ b: erit reliqua i ω maior reliqua ↓ r.*

L Atque ideo f q æqualis est ipsi p m.] *Ex decimaquarta quinti elementorum, nam linea o n ipsi b d est æqualis.*

M Demonstrata est autem p h maior, quàm f.] *Etenim demonstrata est i ω maior, quàm f; atque est p h æqualis ipsi i ω.*

N Eodem modo demonstrabitur t h perpendicularis ad humidi

humidi superficiem.] *Est enim t ω æqualis κ r, hoc est ei, quæ usque ad axem. quare ex iis, quæ superius demonstrata sunt, linea t h ducta erit ad humidi superficiem perpendicularis.*

Minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ψ ad ψ b quadratū] *Hæc & alia, quæ sequuntur, tum in hac, tum in sequenti propositione non alio, quàm quo supra modo demonstrabimus.* O

Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi superficiem, quæ ipsi t h æquidistent; sequitur portionem ipsam non manere, sed reuolui adeo, ut axis cum superficie humidi angulum faciat maiorem eo, quem nunc facit.] *Nam cum perpendicularis, quæ per g, ducitur ad eas partes cadat, in quibus est l; quæ autem per z ad eas in quibus a: necessarium est centrum g deorsum ferri, & z sursum. quare partes solidi, quæ sunt ad l deorsum; quæ uero ad a sursum ferentur, ut axis cum superficie humidi maiorem angulum contineat.* P

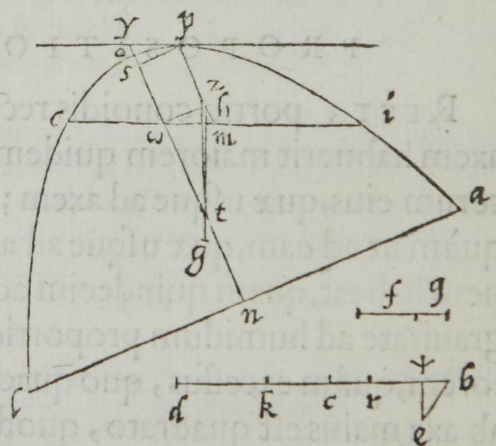
Sic enim erit i o æqualis ψ b, itēq; ω i æqualis ψ r, & p h ipsi f.] *Hoc in tertia figura, quam nos addidimus, perspicue apparet.* Q

PROPOSITIO IX.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem, quàm excessus, quo quadratum, quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usq; ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in hu-

midum demissa adeo, ut basis ipsius tota sit in hu mido, & posita inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ipsius secũdum perpendicularem sit, nec ma nebit inclinata, nisi quãdo axis cum superficie hu midi angulum fecerit æqualem angulo similiter ut prius, assumpto.

SIT portio, qualis dicta est: ponaturq; d b æqualis axi portionis: & b k quidem sit dupla ipsius k d; k r autem æqualis ei, quæ usque ad axem: & c b sesquialtera b r. Quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habeat excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad ipsum b d quadratum: & sit f ipsius q dupla. constat igitur excessum, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d, minorem habere proportionem, quam excessus, quo quadratũ b d excedit quadratum f q ad b d quadratum. est enim b c excessus quo axis portiõis maior est, quã sesquialter eius, quæ usque ad axem.
A quare quadratum b d magis excedit quadratum f q, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor est, quàm b c: itemq; f minor, quàm b r. Sit ipsi f



æqualis r ψ: & ducatur ψ r perpendicularis ad b d, quæ poſſit dimidium eius, quod ipſis k r, ψ b, continetur. Dico portionem in humidum demiſſam adeo, ut baſis ipſius tota ſit in humido, ita conſiſtere, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo b æqualem. Demittatur enim portio in humidum, ſicuti dictum eſt; & axis cum humidi ſuperficie non faciat angulum æqualẽ ipſi b, ſed primo maiorem: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ſectio portionis ſit a p o l rectanguli coni ſectio; ſuperficiei humidi ſectio c i; ſitq; axis portionis, & ſectionis diameter n o, quæ ſecetur in punctis ω t, ut prius: & ducantur y p quidem ipſi c i æquidiſtans, contingensq; ſectionem in p; m p uero æquidiſtans n o: & p s ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum ſuperficie humidi facit angulum maiorem angulo b; erit & angulus s ŷ p angulo b maior. quare quadratum p s ad quadratum s y maiorem habet proportionem, quàm quadratum ψ e ad quadratum ψ b: & propterea K r ad s y maiorem habet, quàm dimidium ipſius K r ad ψ b. ergo s y minor eſt, quam dupla ψ b; & s o minor, quàm ψ b. quare s ω maior, quàm r ψ; & p h maior, quàm f. Itaque quoniã portio ad humidum in grauitate eam habet proportionẽ, quam exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem pars ipſius demerſa habet ad totam portionẽ: ſequitur partẽ demerſam ad totam portionem, eam proportionem habere, quã exceſſus, quo quadratum b d excedit quadratũ f q, ad quadratũ b d. habebit ergo tota portio ad eam, quæ eſt extra humidum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eã, quæ eſt extra humidum, eandem habet quadratum n o ad quadratum p m. ergo p m ipſi f q æqualis erit. demonſtrata eſt autem p h maior, quàm f: quare m h minor erit,

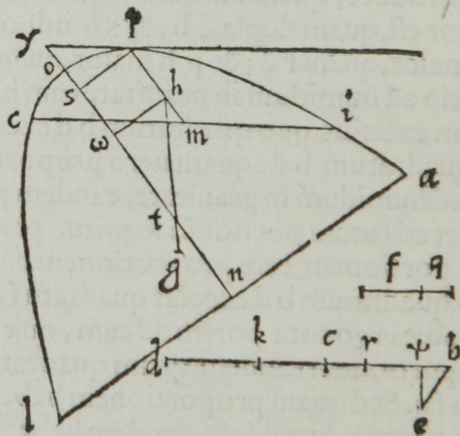
B

C

D

E

quàm q; & p h maior, quàm dupla h m. Sit igitur p z dupla ipsius z m: & iuncta z t producatur ad g. erit totius quidem portionis grauitatis centrũ t: eius, quæ est extra humidũ z: reliquæ uero partis, quæ in humido, centrum erit in linea z t producta; quod sit g. demõstrabitur similiter, ut prius, t h perpẽdicularis ad superficiem humidi: & quæ per z, g ducuntur æquidistantes ipsi t h, ad eandem perpẽdiculares. ergo portio, quæ est extra humidũ deorsum feretur secundum eam quæ per z transit; quæ uero intra secun-



dum eam, quæ per g sursum eleuabitur. non igitur manebit portio sic inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ad superficiem humidi sit perpendicularis: quoniam quæ ex parte l F deorsum; quæ uero ex parte a sursum ferentur, ut ex iam demonstratis apparere potest. Quòd si axis cum superficie humidi fecerit angulum minorem angulo b, similiter de- G monstrabitur, nõ manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.

COMMENTARIVS.

QVARE quadratum b d magis excedit quadratum A fq, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor est, quàm b c: itemq; f minor quam b r.] *Quoniam excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d minorem proportionem habet, quàm excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad idem quadratum: erit ex octaua quinti excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c, minor quàm excessus, quo excedit quadratum f q. ergo quadratum f q minus est quadrato b c: & propterea linea f q minor linea b c. Sed f q ad f eandem proportioné habet, quam b c ad b r; utraque enim utriusque sesquialtera est. cum* 14 quinti *igitur f q sit minor b c, & f ipsa b r minor erit.*

Et propterea κ r ad s y maiorem habet, quàm dimidium B ipsius κ r ad ↓ b.] *Est enim κ r ad s y, ut quadratum p s ad quadratum s y: & dimidium lineæ κ r ad lineam ↓ b, ut quadratum e ↓ ad quadratum ↓ b.*

Et s o minor quàm ↓ b] *Est enim s y dupla ipsius s o.* C

Et p h maior, quàm f.] *Nam p h est æqualis s ω, & r ↓* D *ipsi f.*

Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humi- E dum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q.] *Cum pars demersa ad totam portionem ita sit, ut excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad b d quadratũ:*

erit conuertendo tota portio ad partem ipsius demersam, ut quadratum b d ad excessum, quo quadratum f q excedit. quare per conuersionem rationis tota portio ad eam, quæ extra humidum est ut quadratum b d ad quadratum f q: nam quadratum b d tanto maius est excessu, quo excedit quadratum f q, quantum est ipsum f q quadratum.

F Quoniam quæ ex parte l deorsum, quæ uero ex parte a sursum ferentur.] *Hæc nos ita correximus, nam in translatione mendose, ut opinor, legebatur, quoniam quæ ex parte l ad superiora ferentur, perpendicularis enim quæ transit per z ad partes l, & quæ per g ad partes a cadit. quare centrum z unà cum partibus ijs, quæ sunt ad l deorsum feretur, centrum uero g unà cum partibus quæ ad a sursum.*

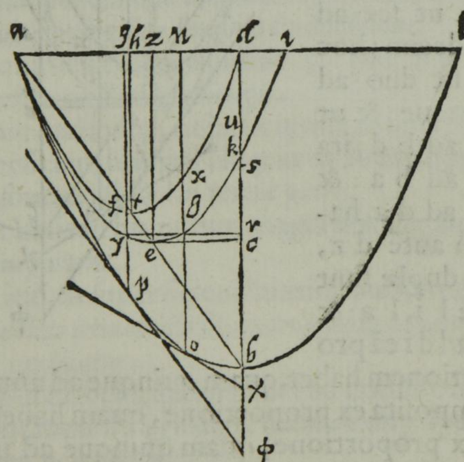
G Similiter demonstrabitur non manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.] *Illud uero tum ex ijs, quæ in antecedenti dicta sunt, tum ex figuris, quas apposuimus, facile demonstrari potest.*

PROPOSITIO X.

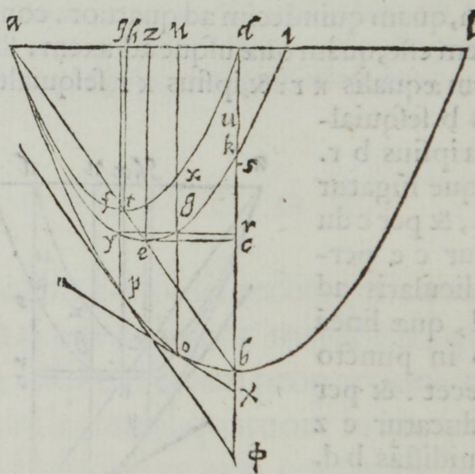
RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humi-
A dum: non nunquam quidem recta consistet; non
B nunquam inclinata: & interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi: idq; in duabus dispositionibus:

interdũ quidem ita, ut baſis in humidum magis C
demergatur: interdum uero ita, ut ſuperficiem D
humidi nullo modo contingat; ſecundum pro- E
portionem, quam habet ad humidum in grauita-
te. Eorum quæ dicta ſunt, ſingula inferius de-
monſtrabuntur.

SIT portio qualis dicta eſt: & ſecta ipſa plano per axẽ,
recto ad ſuperficiem humidi, ſectio ſit a p o l rectanguli co
ni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter b d: ſece-
turq; b d in puncto quidem k ita, ut b k dupla ſit ipſius
k d: in c uero ita, ut b d ad κ c proportionẽ habeat ean-
dem, quam quindecim ad quatuor. conſtat igitur k c ma- F
iorem eſſe, quàm quæ uſque ad axem. Sit ei quæ uſque ad G
axem æqualis κ r: & ipſius κ r ſeſquialtera d s. Eſt autem H
& s b ſeſquialtera ipſius b r. Itaque iũgatur a b; & per c ducatur c e perpẽdicularis ad b d, quæ lineã a b in puncto e ſecet: & per e ducatur e z æquidiſtãs b d. Rurſus ipſa a b bifariã in t diuiſa, ducatur t h eidem b d æquidiſtans: & intelligantur rectanguli coni ſectiones deſcriptæ. a e i qui-



K dem circa e z diametrum; a t d uero circa diametrum t h;
L quæ similes sint portioni a b l. transibit igitur a e i coni
sectio per K: & quæ ab r ducta est perpendicularis ad b d,
ipsam a e i secabit. secet in punctis y g: & per y g ducan
tur ipsi b d æquidistantes p y q, o g n, quæ secent a t d in
f x. ducantur postremo, & p χ, o φ contingentes sectionẽ
M a p o l in punctis p o. cũ ergo tres portiones sint a p o l,
a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectangulorum cono-
rum sectionibus; rectæq, similes, & inæquales, quæ contin
gunt se se super unamquanque basim: à puncto autem n
sursum ducta sit n x g o; & à q ipsa q f y p: habebit o g ad
g x proportionem compositam ex proportione, quam ha
bet i l ad l a; & ex proportione, quam a d habet ad d i.
Sed i l ad l a
habet eandem,
quam duo ad
quinque. ete-
N nim c b ad b d
est, ut sex ad
quĩdecim; hoc
est ut duo ad
O quinque: & ut
c b ad b d, ita
e b ad b a: &
d z ad d a. ha-
P rum autẽ d z,
d a duplæ sunt
Q ipsæ l i, l a: &
a d ad d i eã pro



portionem habet, quam quinque ad unum. sed proportio
composita ex proportione, quam habet duo ad quinque;
& ex proportione, quam quinque ad unum; est eadem,
quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam.
proportionem habent. dupla est igitur g b ipsius g x: &
eadem

eadem ratione ostẽdetur p y ipsius y f dupla. Itaque quoniam d s sesquialtera est ipsius k r; erit b s excessus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. Si igitur portio ad humidũ in grauitate eã habet proportionem, quam quadratum, quod fit à linea b f ad quadratum, quod à b d, aut maiorem; in hnmidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humidum, recta consistet. demonstratum est enim superius, portionem, cuius axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat, quàm quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quam sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demissam in humidum, ita ut dictum est, rectam consistere. R

COMMENTARIVS.

QVAE *hac decima propositione continentur, Archimedes in quinque partes dissecuit, & singulas seorsum demonstrauit.*

Nonnunquam quidem recta consistat.] *Hæc est prima pars, cuius demonstrationem statim subiungit.* A

Et interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi; idq; in duabus dispositionibus.] *Demonstratum est illud in tertia parte.* B

Interdum ita, ut basis in humidum magis demergatur.] *Pertinet id ad quartam partem.* C

Interdum uero ita, ut superficiem humidi nullo modo contingat.] *Hoc duobus item modis fit, quorum unus in secunda, alter in quarta parte explicatur.* D

Secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate.] *In translatione ita legebatur, quam autem proportionem habet ad humidum in grauitate.* E

Constat igitur K C maiorem esse, quàm quæ usque ad axem.] *Nam cum b d ad k c eandem habeat proportionem, quam* F

quindecim ad quatuor; & ad eam, quæ usque ad axem maiorem pro
10.quinti *portionem habeat: erit quæ usque ad axem minor ipsa k c.*

G Sit ei, quæ usque ad axem æqualis k r.] *Hæc nos addidimus, quæ in translatione non erant.*

H Est autem & s b sesquialtera ipsius b r.] *Ponitur enim d b sesquialtera ipsius b k; itémq; d s sesquialtera k r. quare ut to*
19.quinti *ta d b ad totam b K, ita pars d s ad partem K r. ergo & reliqua s b ad reliquum b r, ut d b ad b k.*

K Quæ similes sint portioni a b l.] *Similes portiones coni sectionum Apollonius ita diffiniuit in sexto libro conicorum, ut scribit Eutocius,* ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσί, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας; *hoc est. in quibus si ducantur lineæ æquidistantes basi numero æquales: æquidistantes atq; bases ad partes diametrorum, quæ ab ipsis ad uerticem abscindūtur, eandem proportionem habent: itémq; partes abscissæ ad abscissas. ducuntur autem lineæ basi æquidistantes: ut opinor, descripta in sin*
γνωρίμως *gulis plane rectilinea figura, quæ lateribus numero æqualibus contineatur. Itaq; portiones similes à similibus coni sectionibus abscindūtur: & earum diametri siue ad bases rectæ, siue cum basibus æquales angulos facientes, ad ipsas bases eandem habent proportionem.*

L Transibit igitur a e i coni sectio per k.] *Si enim fieri potest non transeat per k, sed per aliud punctum lineæ d b, ut per u. Quoniam igitur in rectanguli coni sectione a e i, cuius diameter e z, ducta est a e, & producta: & d b diametro æquidistans utrasque a e, a i secat; a e quidem in b, a i uero in d: habebit d b ad b u proportionem eandem, quam a z, ad z d, ex quarta propositione libri Archimedis de quadratura parabolæ. Sed a z sesquialtera est ipsius z d: est enim ut tria ad duo, quod mox demonstrabimus. ergo d b sesquialtera est ipsius b u. est autē d b & ipsius b k sesquialte*
2.quinti. *ra. quare lineæ b u, b k inter se æquales sunt; quod fieri non potest. rectanguli igitur coni sectio a e i per punctum k transibit. quod demonstrare uolebamus.*

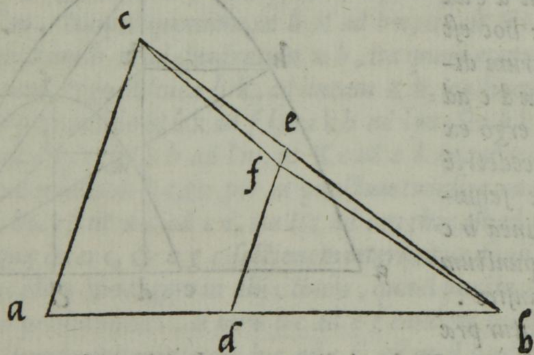
Cum

Cum ergo tres portiones sint a p o l, a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectãgulorum conorum sectionibus; rectæq; , similes, & inæquales, quæ contingunt se se super unam quamque basim.] *Post ea uerba, super unamquanque basim, in translatione aliqua desiderari uidentur. Ad horum autem demonstrationem non nulla præmittere oportet, quæ etiam ad alia, quæ sequuntur, necessaria erunt.* M

LEMMA I.

Sit recta linea a b, quam secent duæ lineæ inter sese æquidistantes a c, d e, ita ut quam proportionem habet a b ad b d, eandem habeat a c ad d e. Dico lineam, quæ c b puncta coniungit, etiam per ipsum e transire.

SI enim fieri potest, non transeat per e, sed uel supra, uel infra transeat primum infra, ut per f. erunt triangula a b c, d b f inter se similia. quare ut a b ad b d, ita a c ad d f. sed ut a b ad b d, ita erat a c ad d e. ergo d f ipsi d e æqualis erit, uidelicet pars toti, quod est absurdum. Idem absurdum sequetur, si linea c b supra e punctum transire ponatur. quare c b etiam per e necessario transibit. quod oportebat demonstrare. 4. sexti. 9. quinti.

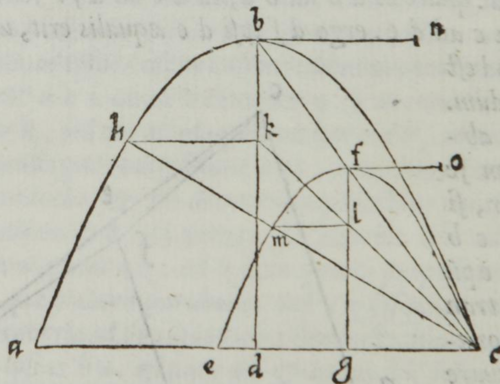


LEMMA II.

Sint duæ portionis similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus; a b c quidem maior, cuius diameter b d; e f c uero minor, cuius diameter f g: aptenturq; inter sese, ita ut maior minorem includat & sint earum bases a c, e c in eadem recta linea, ut idẽ punctum c sit utriusque terminus: sumatur deinde in sectione a b c quodlibet punctum h: & iungatur h c. Dico lineam h c ad partem sui ipsius, quæ inter c, & sectionem e f c interiicitur, eam proportionẽ habere, quam habet a c ad c e.

DVCATVR *b c, quæ transibit per f. quoniam enim portiones similes sunt, diametri cũ basibus æquales continent angulos. quare æquidistant inter se se b d, f g: éstq; b d ad a c, ut f g ad e c: & permutando b d ad f g, ut a c ad c e: hoc est ut earum dimidiæ d c ad c g. ergo ex antecedẽti lẽmate sequitur lineã b c per punctum f transire. Ducatur præ*

15. quinti.



terea à puncto h ad diametrum b d linea h k, æquidistans basi a c: & iuncta k c, quæ diametrum f g secet in l; per l ducatur

ad sectionem e f g ex parte e linea l m, eidem a c basi æquidistans. Sit autem sectionis a b c, linea b n iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur: & sectionis e f c sit ipsa f o. quoniam igitur triangula c d b, c f g similia sunt, erit ut b c ad c f, ita d c ad c g; & b d ad f g. rursus quoniam triangula c k b, c l f etiã inter se sunt similia, ut b c ad c f, hoc est ut b d ad f g, ita erit k c ad c l; & b K ad f l. quare K c ad c l, & b k ad f l sunt ut d c ad c g: hoc est ut earum duplæ a c ad c e. sed ut b d ad f g, ita d c ad c g; hoc ẽ a d ad e g: & permutãdo ut b d ad a d, ita f g ad e g. quadratum autem a d æquale est rectangulo d b n ex undecima primi conicorum. ergo tres lineæ b d, a d, b n inter se sunt proportionales. eadem quoque ratione cum quadratum e g æquale sit rectangulo g f o, tres aliæ lineæ f g, e g, f o, deinceps proportionales erũt. & ut b d ad a d, ita f g ad e g. quare ut a d ad b n, ita e g ad f o. ex æquali igitur, ut d b ad b n, ita g f ad f o: & permutando ut d b ad g f, ita b n ad f o. ut autem d b ad g f, ita b k ad f l. ergo b k ad f l, ut b n ad f o: & permutando, ut b k ad b n, ita f l ad f o. Rursus quoniã quadratũ h K æquale est rectangulo k b n: & quadratum m l rectangulo l f o æquale: erunt tres lineæ b k, k h, b n proportionales: itemq; proportionales inter se f l, l m, f o. quare ut linea b K ad lineam b n, ita quadratum b K ad quadratum h k: & ut linea f l ad ipsam f o, ita quadratũ f l ad quadratum l m. Itaque quoniam, ut b K ad b n, ita est f l ad f o; erit ut quadratum b K ad quadratum K h, ita quadratum f l ad l m quadratum. ergo ut linea b k, ad lineam K h, ita linea f l ad ipsã l m: & permutãdo ut b k ad f l, ita k h ad l m. sed b k ad f l erat ut k c ad c l. ergo k h ad l m, ut K c ad c l. quare ex eodem lemmate patet lineam h c, & per m punctum transire. ut igitur K c ad c l: hoc est ut a c ad c e, ita h c ad c m; hoc est ad eam ipsius partem, quæ inter c, & e g c sectionem interijcitur. similiter demonstrabimus idem contingere in alijs lineis, quæ à puncto c ad a b c sectionem perducuntur. At uero b c ad e f eandem proportionem habere, liquido apparet; nam b c ad c f, est ut d c ad c g; uidelicet ut earum duplæ, a c ad c e.

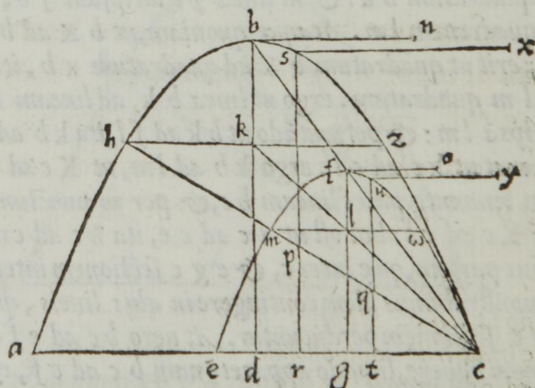
Marginal notes: 4. sexti. — 15. quinti. — 17. sexti. — 11. primi conicorũ — cor. 20. sexti. — 22. sexti

Ex quibus perspicuum est lineas omnes sic ductas ab ipsis sectionibus in eandem proportionem secari. est enim diuidendo, conuertendoq; c m ad m h, & c f ad f b, ut c e ad e a.

LEMMA III.

Sed & illud constare potest; lineas, quæ in portionibus eiusmodi similibus ita ducuntur, ut cũ basibus æquales angulos contineant, ab ipsis similes quoque portiones abscindere: hoc est, ut in proposita figura, portiones h b c, m f c, quas lineæ c h, c m abscindunt, etiam inter se similes esse.

DIVIDANTVR *enim c h, c m bifariam in punctis p q: & per ipsa ducantur lineæ r p s, t q u diametris æquidistantes. erit portionis h s c diameter p s, & portionis m u c diameter q u. Itaque fiat ut quadratum c r ad quadratum c p, ita linea b n ad aliam lineam, quæ sit s x: & ut quadratum c t ad quadratum c q, ita fiat f o ad u y. iam ex ijs quæ demõstrauimus in commentarijs in quartam propositioné Archimedis de conoidibus, & sphæroidibus, patet quadratum c p æquale esse rectangulo p s x:*



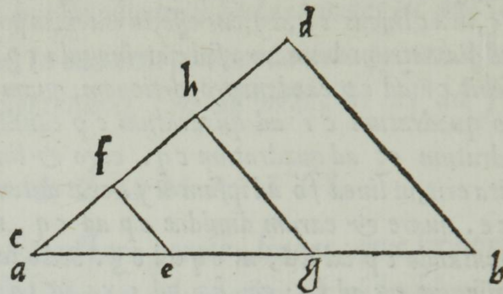
itémq; quadratum c q æquale rectangulo q u y, hoc est sectionum h s c, m u c lineas s x, u y, eas esse, iuxta quas possunt, quæ à sectione ad diametrum ducuntur. sed cū triangula c p r, c q t similia sint, habebit c r ad c p eandem proportionem, quam c t ad c q: & idcirco quadratum c r ad quadratum c p eandem habebit, quam quadratum c t ad quadratum c q. ergo & linea b n, ad lineam s x ita erit, ut linea f o ad ipsam u y. erat autem h c ad c m, ut a c ad c e. quare & earum dimidiæ c p ad c q, ut a d ad e g: & permutando c p ad a d, ut c q ad e g. Sed ostensum est a d ad b n ita esse, ut e g ad f o: & b n ad s x, ut f o ad u y. ergo ex æquali c p ad s x erit, ut c q ad u y. Quòd cum quadratū c p æquale sit rectangulo p s x & quadratum c q rectangulo q u y, erunt tres lineæ s p, p c, s x proportionales; itemq; proportionales ipsæ u q, q c, u y. quare & s p ad p c, ut u q ad q c: & ut p c ad c h, ita q c ad c m. ex æquali igitur ut portionis h s c diameter s p ad eius basim c h, ita portionis m u s diameter u q ad basim c m. & anguli, quos diametri cum basibus continent, sunt æquales, quòd lineæ s p, u q sibi ipsis æquidistent. ergo & portiones h s c, m u c inter se similes erunt. id quod demonstrandum proponebatur. 22. sexti

LEMMA IIII.

Sint duæ lineæ a b, c d, quæ secentur in punctis e f, ita ut quam proportionem habet a e ad e b, habeat c f ad f d: rursus secentur in aliis duobus punctis g h; & habeat c h ad h d eandem proportionem, quam a g ad g b. Dico c f ad f h ita esse, ut a e ad e g.

QVONIAM enim ut a e ad e b, ita c f ad f d, erit componendo ut a b ad e b, ita c d ad f d. Rursus cum sit ut a g ad g b, ita c h ad h d; componendo, conuertendoq; ut g b ad a b, ita erit h d ad c d. ergo ex æquali, conuertendoq; ut e b ad g b, ita f d ad h d:

& per conuersionem rationis ut e b ad e g, ita f d ad f h. est autem ut a e ad e b, ita c f ad f d. ex æquali igitur ut a e ad e g, ita c f ad f h.



ALITER. *Aptentur lineæ a b, c d inter se se, ita ut ad partes a c angulum faciant; & sint a c in uno atque eodem puncto: deinde iungantur d b, h g, f e. cum igitur sit ut a c ad e b, ita c f, hoc est a f ad f d; æquidistabit f e ipsi d b: & similiter h g eidem d b æquidistabit: quoniam a h ad h d est, ut a g ad g b. ergo f e, h g inter se se æquidistant: & idcirco ut a e ad e g, ita a f; hoc est c f ad f h. quod demonstrare oportebat.*

2. sexti; 30. primi

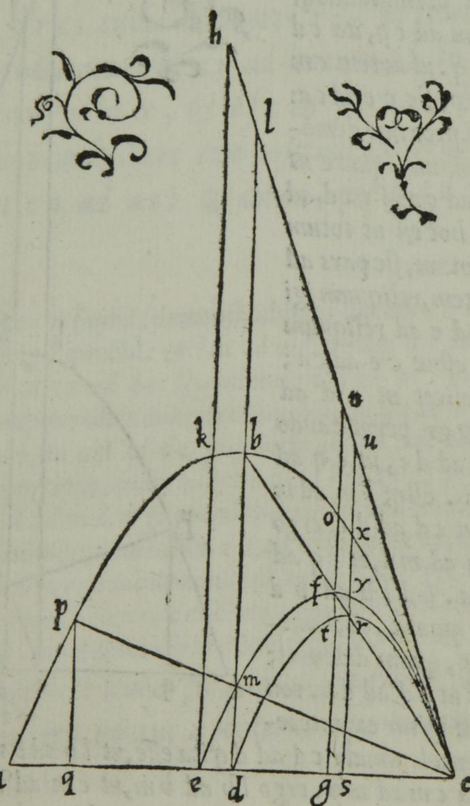
LEMMA V.

Sint rursus duæ portiones similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus, ut in superiori figura a b c, cuius diameter b d: & e f c, cuius diameter f g: ducaturq; à puncto e linea e h, diametris b d, f g æquidistans, quæ sectionem a b c in k secet: & à puncto c ducatur c h contingens sectionem a b c in c: conueniensq; cum linea e h in h, quæ sectionem quoque e f c in eodem c puncto continget, ut demonstrabitur. Dico lineam ductam ab ipsa c h usque ad sectionem e f c, ita ut lineæ e h æquidistet, in eandem proportionem diuidi à sectione a b c; in quam linea c a à

sectio

ſectione e f c diuiditur: pars uero lineæ c a, quæ eſt inter duas ſectiones proportione reſpondebit parti lineæ ductæ, quæ itidem inter eaſdem ſectiones interiicitur; hoc eſt ut in propoſita figura, ſi producatur d b uſque ad c h in l, ut ſectioni e f c in puncto m occurrat; lineam l b ad b m eãdem proportionem habere, quàm c e ad e a.

Producatur enim q f ad eandem lineã c h in n, ſecãs a b c ſectionem in o: & iuncta b c, quæ tranſibit per f, ut oſtenſum eſt, erunt triangula c g f, c d b ſimilia: itẽmq; ſimilia ĩter ſe, c f n, c b l. quare ut g f ad d b, ita erit c f ad c b: & ut c f ad c b, ita f n ad b l. ergo g f ad d b, ut f n ad b l: & permutando g f ad f n, ut d b ad b l. eſt autem d b æqualis ipſi b l ex trigeſimaquinta primi libri conicorum. ergo & g f ipſi p i æqualis erit: & ex trigeſimatertia eiuſdem linea c h ſectionem e f c in eodem pun-

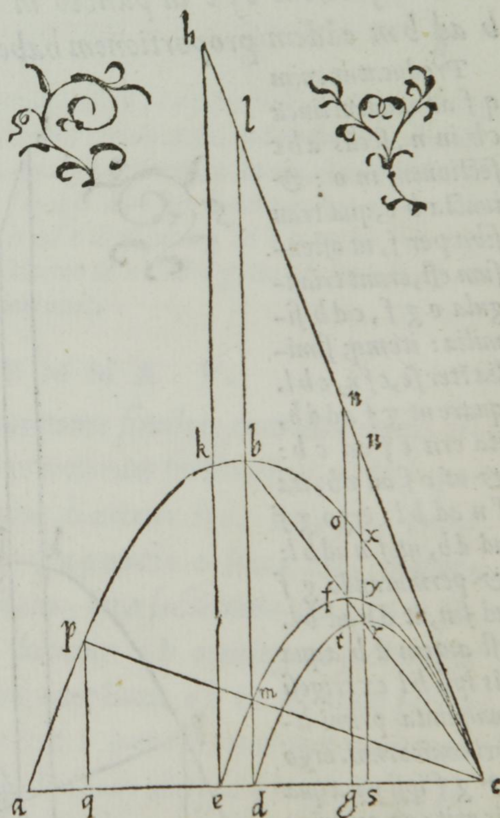


4. ſexti.

11. quinti

14. quinti

cto continget. Itaque iuncta c m producatur ad sectionem a b c in p: & d p ad a c ducatur p q, quæ ipsi b d æquidistet. quoniam igitur linea c h contingit sectionem e f c in c puncto; habebit l m ad m d proportionem eandem, quam c d ad d e, ex quinta propositione Archimedis in libro de quadratura parabolæ. & propter triangulorum c m d, c p q similitudinem, ut c m ad c d, ita erit c p ad c q: permutandóq; ut c m ad c p, ita c d ad c q. ut autem c m ad c p, sic c e ad c a: quod proxime demõstrauimus. quare ut c e ad c a, sic c d ad c q: hoc est ut totum ad totum, sic pars ad partem, reliquum igitur d e ad reliquum q a est ut c e ad c a; uidelicet ut c d ad c q: & permutando c d ad d e, ut c q ad q a. éstq; l m ad m d, ut c d ad d c. ergo l m ad m d, ut c q ad q a. sed l b ad b d ex quinta Archimedis, quam diximus; est ut c d ad d a. constat igitur ex antecedenti lemmate c d ad d q ita esse, ut l b ad b m. ut autem c d ad d q,



2. sexti. ita c m ad m p. ergo l b ad b m, ut c m ad m p. Quòd cum demonstratum fuerit, c m ad m p, ut c e ad e a: habebit l b ad b m eandé

propor

proportionem, quam c e ad e a. similiter demonstrabitur eandem habere n o ad o f: & reliquas eiusmodi. at uero h K ad K e eam habere proportionem, quam habet c e ad e a, ex eadem quinta Archimedis perspicue apparet. atque illud est, quod demonstrandum proposuimus.

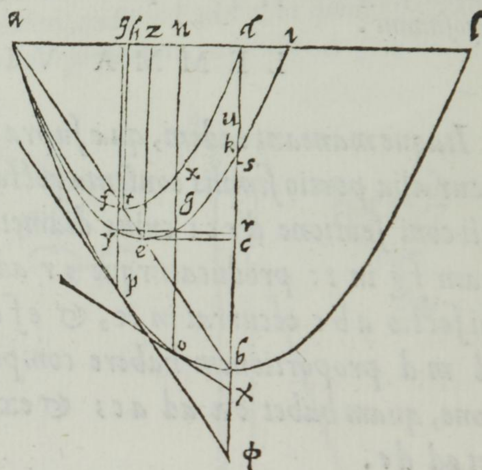
LEMMA VI.

Itaque maneant eadem, quæ supra: & itidem describatur alia portio similis contenta recta linea & rectanguli coni sectione d r c; cuius diameter r s, ut secet lineam f g in t: producaturque s r ad lineam c h in u; cui sectio a b c occurrat in x, & e f c in y. Dico b m ad m d proportionem habere compositam ex proportione, quam habet e a ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e.

SIMILITER enim ut supra, demonstrabimus lineam c h contingere sectionē d r c in c puncto: & l m ad m d, itēmq; n f ad f t; & u y ad y r ita esse, ut c d ad d e. Quoniam igitur l b ad b m est, ut c e ad e a; erit componendo, conuertendóq; b m ad l m, ut e a ad a c: & ut l m ad m d, ita c d ad d e. proportio autem b m ad m d composita est ex proportione, quam habet b m ad l m, & ex proportione, quam l m habet ad m d. ergo proportio b m ad m d etiam composita erit ex proportione, quam habet e a, ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e. Eadem ratione demonstrabitur o f ad f t; itēmq; x y ad y r proportionem habere ex eisdem proportionibus compositam: & ita in alijs. quod demonstrare oportebat.

Ex quibus apparet lineas sic ductas, quæ inter sectiones a b c, d r c interiiciuntur à sectione e f c in eandem proportionem diuidi.

N Etenim c b ad b d est ut sex ad quindecim.] *Posuimus enim b K duplam esse ipsius K d. quare componendo b d ad k d erit, ut tria ad unum; hoc est ut quindecim ad quinque. sed b d ad K c erat ut quīdecim ad quatuor. ergo b d ad d c, ut quindecim ad nouem: & per conuersionem rationis, conuertendóq; c b ad b d, ut sex ad quīdecim.*



O Et ut c b ad b d, ita e b ad b a, & d z ad d a.] *Nam cum triangula c b e, d b a sint similia, erit ut c b ad b e, ita d b, ad b a & permutando, ut c b ad b d; ita e b ad b a. Rursus ut b c ad c e, ita b d ad d a: permutandóq; ut c b ad b d, ita c e, hoc est d z ei æqualis ad d a.*

P Harum autem d z d a duplæ sunt ipsæ l i, l a.] *Lineam quidem l a duplam esse ipsius d a, cum b d sit portionis diameter, manifeste constat. At uero l i ipsius d z dupla hoc pacto demonstrabitur. Quoniam enim z d ad d a est, ut duo ad quinque; erit cóuertendo, diuidendóq; a z, hoc est i z ad z d, ut tria ad duo: & rursus diuidendo i d ad d z, ut unum ad duo. erat autem z d ad d a, hoc est ad d l, ut duo ad quinque. ergo ex æquali, conuertendóq; l d ad d i, ut quinque ad unum: & per conuersionem rationis d l ad l i, ut quinque ad quatuor. sed d z ad d l erat, ut duo ad quinque. ergo rursus ex æquali d z ad l i, ut duo ad quatuor. dupla est igitur l i ipsius d z. quod demonstrandum fuerat.*

Q Et a d ad d i eam proportionem habet, quā quinque

ad

ad unum.] *Hoc nos proxime demonstrauimus.*

Demonstratum est enim superius portionem cuius axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat &c.] *Illud uero demonstrauit in quarta propositione huius libri.* R

II.

Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum, adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet; ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat; & axis cum humidi superficie angulum faciat maiorem angulo χ. A

III.

Si portio ad humidum in grauitate, eam habeat proportionem, quam quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet, & manebit ita, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum superficie humidi angulũ faciat angulo χ æqualẽ. Quòd si portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum p f ad

quadratum b d; in humidum demiſſa, & poſita inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet inclinata, ita ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: & axis cũ ea faciat angulum angulo φ æqualem.

IIII.

B Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum; in humidum demiſſa, & inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum conſiſtet, & manebit ita, ut baſis in humidum magis demergatur.

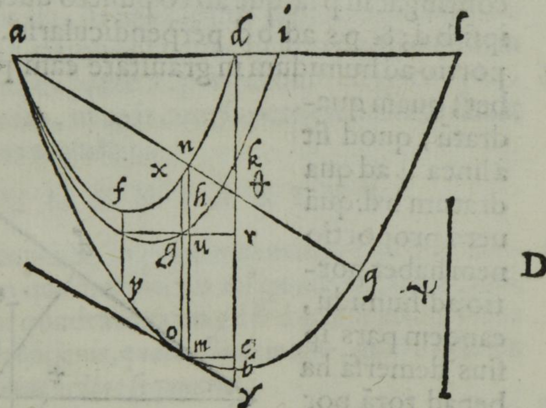
V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: demiſſa in humidum, & poſita inclinata adeo ut baſis ipſius non contingat humidum: conſiſtet inclinata, ita ut axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo φ: & baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonſtrabuntur.

DEMON

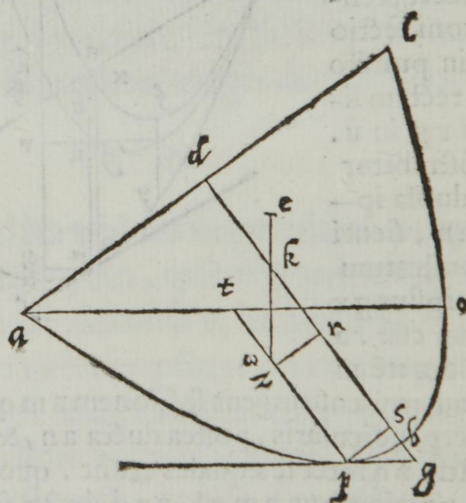
DEMONSTRATIO SECVNDAE PARTIS.

ITAQVE primum habeat portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm quadratum x o ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum, quod fit ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eã habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm excessus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. aptetur quædam recta linea m n conicis sectionibus a m q l, a x d interiecta, ac media, quæ lineæ ψ sit æqualis; secetq; reliquã coni sectionem in puncto h; & rectam lineam r g in u. demõstrabitur m h dupla ipsius h n, sicuti demonstratum est o g ipsius g x duplam esse. à puncto autẽ m ducatur m y contingens sectionem a m q l in m: & m c ad b d perpendicularis. postea ducta a n, & producta ad q lineæ a n, n q inter se æquales erunt. quoniã enim in similibus portionibus a m q l, a x d ductæ sunt à basibus ad portiones lineæ a q, a n, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d. æqualis est ergo a n ipsi n q; & a q



C D E F

G ipsi m y æquidistans. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, inclinatamq; adeo, ut basis ipsius nõ contingat humidum, inclinatam consistere ita, ut basis superficiem humidi nullo modo contingat: & axis cum ea faciat angulum angulo χ maiorem. Demittatur enim in humidum, consistatq; ita, ut basis ipsius in uno puncto cõtingat humidi superficiem: & secta ipsa portione per axem, plano ad humidi superficiem recto; superficiei quidẽ portionis sectio sit a p o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit a o: axis autem portionis, & sectionis diameter b d: & secetur b d in punctis k r, ut dictum est: du-
H catur etiam p g æquidistans ipsi a o, quæ sectionem a p o l contingat in p: atque ab eo puncto ducatur p t æquidistãs ipsi b d; & p s ad b d perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratũ, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: quã uero proportionem habet portio ad humidũ, eandem pars ipsius demersa habet ad totã portionẽ: & quam pars demersa ad totam, eandem habet quadratum t p ad b d quadratum: erit linea ψ æqualis ipsi t p. quare & lineæ m n, p t; itemq; portiones a m q,



K a p o inter se sunt æquales. Quòd cum in portionibus æqua

æqualibus, & similibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ductæ sint a o, a q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b, & b c, b s inter se æquales erunt. quare & ipsæ c r, s r: & m u, p z: & u n, z t. Quoniam igitur m u minor est, quàm dupla u n; constat p z ipsius z t minorem esse, quàm duplam. Sit p ω dupla ipsius ω t: & iuncta ω k ad e producatur. ergo totius quidem portionis centrum grauitatis erit punctum k; partis eius, quæ in humido est, centrum ω; eius uero, quæ extra humidum in linea k e, quod sit e. Sed linea k z perpendicularis erit ad superficiem humidi. quare & lineæ quæ per puncta e, ω, æquidistantes ipsi k z ducuntur. non ergo manebit portio, sed reuoluetur ita, ut basis ipsius superficiem humidi nullo modo contingat: quoniã nunc in uno puncto contingens, sursum fertur ex parte a. perspicuum est igitur portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ. L M N

COMMENTARIVS.

Si portio ad humidum in grauitate minorẽ proportionem habeat, quàm quadratum s b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum.] *Hæc est secunda pars propositionis, quam aliæ deinceps, postea ipsarum demonstrationes eodem ordine sequuntur.* A

SI portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionẽ habeat, quàm quadratũ f p ad quadratũ b d.] *Hãc quartã partẽ nos restituimus, quæ ĩ trãslatione desiderabatur.* B

Erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm excessus, quo axis est maior, quam sesquialter eius, quæ usque ad axem,] *Sequitur illud ex decima quinti libri elementorum.* C

Demonstrabitur m h dupla ipsius h n, sicuti demonstratũ est o g ipsius g x duplam esse.] *Vt in prima parte huius, & ex ijs, quæ nos proxime in ipsam conscripsimus.* D

Quoniam enim in similibus portionibus a p o l, a x d, E

ductæ ſunt à baſibus ad portiones lineæ a n, a q, quæ angulos æquales continent cum ipſis baſibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d.] *Hoc nos ſupra demonſtrauimus.*

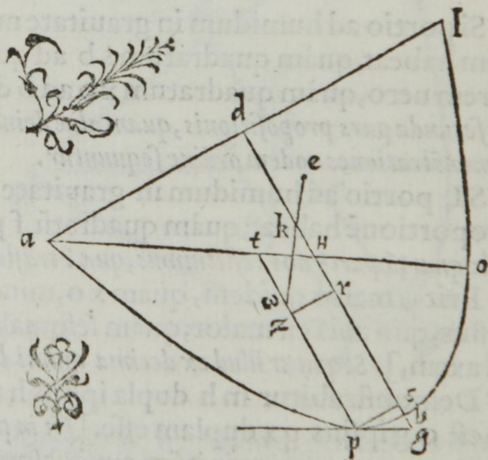
F Aequalis eſt ergo a n ipſi n q.] *Cum enim q a ad a n ſit, ut l a ad a d; diuidendo, conuertendoq; erit a n ad n q, ut a d ad d l. eſt autem a d æqualis ipſi d l, quoniam d b ponitur diameter*

14. quinti *portionis. ergo & a n ipſi n q eſt æqualis.*

G Et a q ipſi m y æquidiſtans.] *Ex quinta ſecundi libri conicorum Apollonij.*

H Et ſecetur b d in punctis k r, ut dictum eſt.] *In prima parte huius propoſitionis. ſecetur autem in K ita, ut b k ſit dupla ipſius k d; & in r, ut K r ſit æqualis ei, quæ uſque ad axem.*

K Quòd cũ in portionibus æqualibus, & ſimilibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ductæ ſint a o, a q, ita ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales: & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b inter ſe æquales erũt.] *Secet linea a q diametrum d b in θ, & a o ſecet in η. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ducũtur a o, a q, quæ æquales angulos continent cum ipſis baſibus: & anguli ad d utrique ſunt recti: erũt & reliqui a η d, a θ d inter ſe æquales. linea autem p g æquidiſtat lineæ a o: itẽmq; m y ipſi a q: & p s, m c ipſis a d. triãgula igitur p g s, m y c triãgulis a η d a θ d, atque inter ſe*



4. ſexti. *ſunt ſimilia: & ut a d ad a η, ita a d ad a θ: & permutando. lineæ*

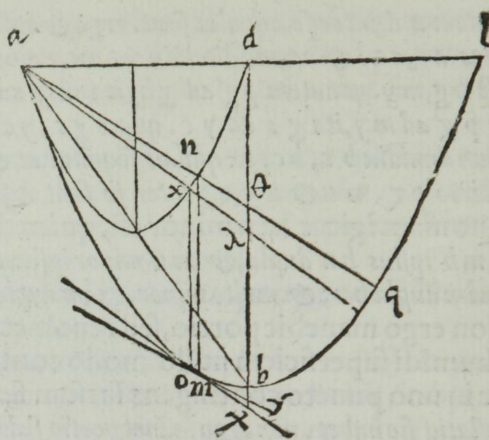
neæ autem a d inter se æquales sunt. ergo & ipsæ a ν, a θ. Sed sunt æquales a o, a q: & earum dimidiæ a t a n. ergo & reliquæ t ν, n θ; hoc est p g, m y. ut autem p g ad g h, ita m y ad y c; & permutando, ut p g ad m y, ita g s ad y c. quare g s, y c æquales sunt: & ipsarum dimidiæ h s, h c: ex quibus sequitur ut & reliquæ s r, c r: & idcirco p z, m u & u n, z t inter se sunt æquales. 34. primi

L Quoniam igitur m u minor est, quàm dupla u n.] *Est enim m h ipsius h n dupla, & m u minor ipsa m h. ergo m u minor est, quàm dupla h n; & multo minor, quàm dupla ipsius u n.*

M Non ergo manebit portio, sed reuoluetur, ita ut basis ipsius humidi superficiem nullo modo contingat. quoniam nunc in uno puncto contingens sursum fertur ex parte a.] *Translatio sic habet. non ergo manet portio sed inclinabitur, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tacta ipsa reclinatur. Quæ nos ex alijs Archimedis locis, & perspicuitatis caussa in eum modum corrigenda duximus. In sexta enim propositione huius ita scribit, ut habetur in translatione. reuoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nõ tanget superficiem humidi secundum unum signum. Rursus in septima propositione. manifestum igitur, quòd reuoluetur solidum ita ut basis ipsius nec secundum unum signum contingat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tangens deorsum fertur ex parte l. At uero portionem sursum ferri ex parte a manifeste constat. nam cum perpendicularis ad superficiem humidi, quæ transit per ω ad partes a cadat, & quæ per e ad partes l, necesse est ut centrum ω sursum, e uero deorsum feratur.*

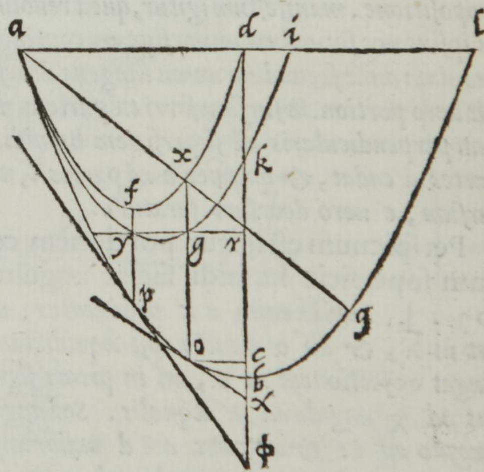
N Perspicuum est igitur portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.] *Iuncta enim a x producatur, ut diametrum b d secet in λ, & ab o puncto ipsi æquidistans ducatur o χ. continget ea sectionem in o, ut in prima figura: atque erit angulus ad χ angulo ad λ æqualis. Sed angulus ad y æqualis est angulo ad θ: & angulus a θ d maior angulo a λ d; quod extra [illegible] cadat. ergo angulus ad y eo, qui ad χ maior erit.* 29. primi 16. primi

Quoniam igitur portio conuertitur, ita ut basis humidum non contingat, axis cum superficie eius faciet angulum maiorem angulo g; hoc est angulo y: & propterea multo maiorem angulo χ.



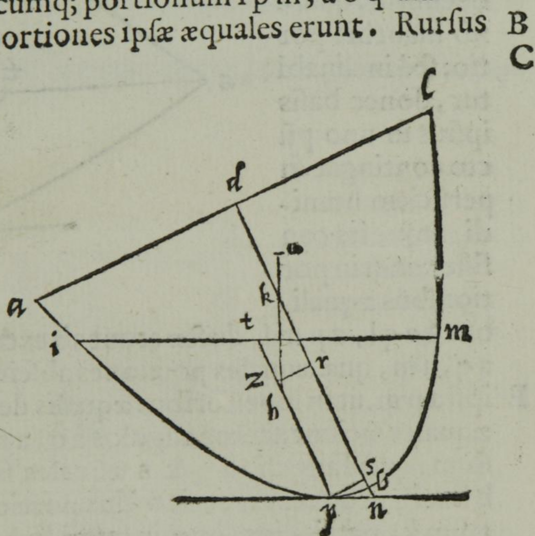
DEMONSTRATIO TERTIAE PARTIS.

HABEAT deinde portio ad humidum eam in grauitate proportionem, quam quadratũ x o habet ad quadratum b d: & in humidum demittatur adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum. Secta aũt ipsa per axem plano ad humidi superficiem recto, solidi sectio sit rectanguli coni sectio a p m l: superficiei humidi sectio sit i m: axis portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d sicuti prius: & ducatur p n quidem



ipsi

ipsi i m æquidistās, & contingens sectionem in p; p t uero æquidistans b d, & p s ad ipsam b d perpendicularis. Demō strandū est, portionē non cōsistere ita, sed inclinari, donec basis in uno puncto superficiem humidi cōtingat. Maneāt enim eadem, quæ in superiori figura: ducaturq; o c ad b d perpendicularis: & iuncta a x ad q producatur. erit a x æqualis ipsi x q. deīde ducatur o χ ipsi a q æquidistās. Quoniā igitur portio ad humidū eā in grauitate proportionē habere ponitur, quam quadratum x o ad quadratum b d: & eandem proportionem habet pars ipsius demersa ad totam; hoc est quadratum t p ad quadratum b d: æqualis utique erit t p ipsi x o: cumq; portionum i p m, a o q diametri sint æquales, & portiones ipsæ æquales erunt. Rursus B C



quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a o q l, a p m l, ductæ sunt lineæ a q, i m, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate basis, hæc autem non ab extremitate: cōstat eam, quæ ab extremitate basis ducta est, minorem facere angulum acutū cum diametro totius portionis. & quoniam angulus, qui ad χ minor est angulo, qui ad n; maior erit b c, quàm b s: c r autem, quàm s r minor. quare & o g minor, quàm p z: & g x maior, quàm z t. ergo p z maior est, quàm dupla z t; D

quia o g ipſius g x eſt dupla. Sit p h dupla h t: & iuncta h k ad ω producatur. erit totius quidem portionis centrum grauitatis k; partis eius, quæ intra humidum h; eius uero, quæ extra humidum in linea k ω, quod ſit ω. Itaque demonſtrabitur ſimiliter & k z ad humidi ſuperficiem perpēdicularis, & quæ per puncta h ω æquidiſtantes ipſi k z ducuntur. quare nō manebit portio, ſed inclinabitur, donec baſis ipſius in uno pūcto contingat ſuperficiem humidi: atque ita conſiſtet. nam in portionibus æqualibus a o q l, a p m l, ductæ erunt ab extremitatibus baſium a q, a m, quæ æquales portiones abſcindunt: etenim a o q ipſi a p m, ut in ſuperioribus æqualis demonſtrabitur. ergo æquales faciunt acutos angulos a q, a m cum diametris baſium: quòd anguli ad χ & n æquales ſint. quare ſi ducta h k ad ω producatur, erit totius portionis grauitatis centrum k; partis eius, quæ in humido h; at eius, quæ extra humidum in linea h κ; quod ſit ω: & h k ad humidi ſuperficiem perpendicularis. per eaſdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido eſt, ſurſum, & quod extra humidum deorſum feretur. quare manebit portio, cuius baſis humidi ſuperficiem in uno puncto continget: & axis cum ipſa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonſtrabitur

E F

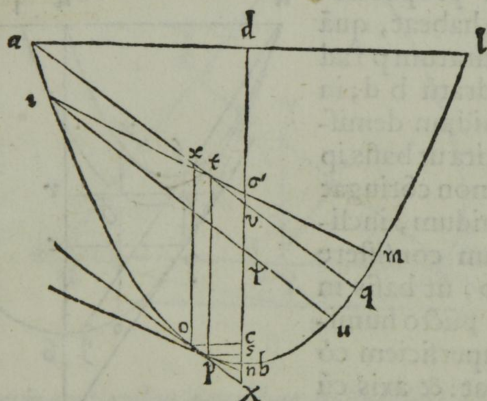
ſtrabitur portionem, quæ ad humidum in grauitate eandẽ proportionem habeat, quàm quadratum p f ad quadratũ b d in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius nõ cõtingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat. & axis cum ipſa faciat angulum angulo φ æqualem.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d.] *Ex uigeſima ſexta libri Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus. ergo ex nona quinti erit quadratum t p æquale quadrato x o: & propterea linea t p lineæ x o æqualis.* A

Et portiones ipſæ æquales erunt.] *Ex uigeſimaquinta eiuſdem libri.* B

Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l.] *In portione enim a p m l deſcribatur portio a o q æqualis portioni i p m, cadet punctum q infra m, alioqui totum parti eſſet æquale. Ducatur deinde i u æquidiſtans a q,* C

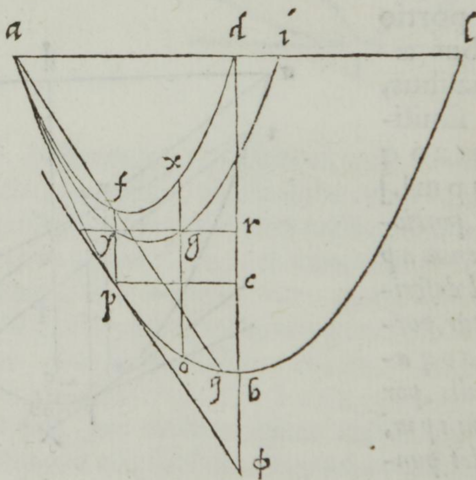


quæ diametrum secet in ψ; secet autem i m eandem in σ: & a q in v. Dico angulum a v d angulo i σ d minorē esse. angulus enim i ψ d
29. primi *æqualis est angulo a v d. sed angulus interior i ψ d minor est exte-*
16. primi *riore i σ d. ergo & a v d ipso i σ d minor erit.*

D Et quoniam angulus, qui ad χ minor est angulo, qui ad n.] *Ducantur per o duæ lineæ, o c quidem ad diametrum b d perpendicularis: & o χ in puncto o sectionem contingens, quæ diame-*
5. secūdi *trum secet in χ. æquidistabit o χ ipsi a q: atque erit angulus ad*
conicorū *χ æqualis ei, qui ad v. ergo angulus ad χ angulo ad σ, uidelicet eo,*
29. primi.
35. primi *qui ad n minor erit: & propterea χ infra n cadet. linea igitur χ b*
conicorū *maior est, quàm n b. Sed cum b c sit æqualis χ b, & b s ipsi n b: erit b c ipsa b s maior.*

E Ergo æquales faciunt angulos a q, a m cum diametris portionum.] *Hoc demonstrabimus ut in commentarijs in secundam partem.*

F Similiter demonstrabitur, portionem, quæ ad humidū in grauitate eandem proportionem habeat, quã quadratum p f ad quadratū b d; in humidum demissam, ita ut basis ipsius non cōtingat humidum, inclinatam consistere adeo, ut basis in uno pūcto humidi superficiem cō tingat: & axis cū ipsa faciat angulū angulo φ æqualē]

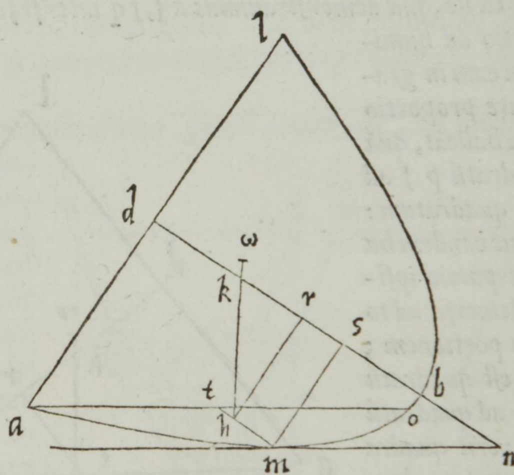


Habeat portio ad humidum in grauitate proportionem eam, quam p f quadratum ad quadratum b d: & demissa in humidum adeo inclinata,

clinata, ut basis humidum non contingat, secetur plano per axem, recto ad superficiem humidi, ut sectio sit a m o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit i o: axis portionis, & sectionis diameter b d; quæ in easdem, quas diximus, partes secetur: ducaturq; m n quidem ipsi i o æquidistans, ut in puncto m sectionem cõtingat: m t uero æquidistans ipsi b d: & m s ad eandem perpendicularis. Demonstrandum est non manere portionem, sed inclinari ita, ut in uno puncto contingat superficiem humidi. ducatur enim p c ad ipsam b d perpendicularis: & iuncta a f usque ad sectionem producatur in q: & per p ducatur p φ ipsi a q æquidistans. erunt iam ex iis, quæ demonstrauimus a f, f q inter se se æquales. & cum portio ad humidum eam in grauitate proportionem habeat, quã quadratũ p f ad b d quadratum: atque eandem habeat portio ipsius demersa ad totam portionem; hoc est quadratũ m t ad quadratũ b d: erit quadratum m t quadrato p f æquale: & idcirco linea m t æqualis lineæ p f. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p q l, a m o l ductæ sunt lineæ a q, i o, quæ æquales portiones abscindunt; illa quidem ab extremitate basis; hæc uero non ab extremitate: sequitur ut a q, quæ ab extremitate ducitur, minorem acutum angulũ contineat cum diametro portionis, quàm ipsa i o. Sed linea p φ lineæ a q æquidistat, & m n ipsi i o. angulus igitur ad φ angulo ad n

9. quinti.

minor erit: linea uero b c maior, quàm b s: & s r; hoc est m χ maior, quàm c r, hoc est, quàm p y: & propterea χ t minor, quàm y f. quòd cum p y sit dupla y f, erit m χ maior, quàm dupla y f; & multo maior, quàm dupla χ t. fiat m h dupla ipsius h t: & copulata h k producatur. Iam grauitatis centrum totius portionis erit punctum k: eius, quæ in humido est, h: at reliquæ partis, quæ extra humidum in linea h k producta; quod sit ω. eodem modo demonstrabitur, & lineam k h, & quæ per h ω puncta ipsi k h æquidistantes ducuntur, ad humidi superficiem perpendiculares esse. non igitur manebit portio, sed cum usque eò inclinata fuerit, ut in uno puncto contingat superficiẽ humidi, tunc consistet. angulus enim ad n angulo ad φ æqualis erit; lineáq; b s lineæ b c; & s r ipsi c r. quare & m h ipsi p y est æqualis. Itaque ducta h k producatur.



erit totius portionis grauitatis centrum k; eius, quæ in humido est h; & reliquæ partis centrum in linea producta; sit autem ω. per eandem igitur rectam lineam k h, quæ est ad humidi superficiem perpendicularis, id quod in humido est sursum; & quod extra humidum deorsum feretur. atque ob hác caussam portio non amplius mouebitur; sed consistet, manebitq; ita, ut eius basis superficiem humidi in uno puncto contingat; & axis, cum ipsa angulum faciat æqualem angulo φ. atque illud est, quod demonstrare oportebat.

DEMONSTRATIO QVARTAE PARTIS.

HABEAT rursum portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d. erit ψ maior, quàm f p, & minor, quàm x o. aptetur ergo quædam recta linea i u inter portiones a u q l, a x d interiecta, quæ sit æqualis ψ, & ipsi b d æquidistans: occurratq; reliquæ sectioni in y. rursus u y dupla ipsius y i demonstrabitur, sicuti demonstrata est o g ipsius g x dupla. ducatur autem ab u linea u ω, quæ sectionem a u q l in u contingat: & iuncta a i ad q producatur. eodem modo ostendemus lineam a i ipsi i q æqualem esse: & a q ipsi u ω æquidistantem. Demonstrãdum est portionem in humidum demissam, ĩclinatãq; adeo, ut basis ipsius non contingat humidũ, ita consistere, ut basis in humidũ magis demergatur quàm ut in uno puncto eius superficiem cõtingat. Demittatur enim in humidum, ut dictum est; & iaceat primo sic inclinata, ut basis nullo modo contingat superficiem humidi. secta autem ipsa plano per axem ad humidi

ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio a n z g; ſuperficiei humidi e z: axis portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d in pũctis K r, ſicuti prius; & ducatur n l quidem ipſi e z æquidiſtans, quæ contingat ſectioné a n z g in n; & n t æquidiſtans ipſi b d; n s uero ad b d perpẽdicularis. Itaq; quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit à linea ⸸ ad quadratum b d: erit ⸸ ipſi n t æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. quare & n t eſt æqualis ipſi u i. portiones igitur a u q, e n z inter ſe ſunt æquales. Et cum in æqualibus, & ſimilibus portionibus a u q l, a n z g ductæ ſint a q e z, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate baſis ducitur. At triangulorum n l s, u ω c angulus ad l angulo ad ω maior eſt. ergo b s minor erit, quam b c: & ſ r maior, quàm c r: ideoq; n χ maior, quam u h; & χ t minor, quàm h i. Quoniam igitur u y dupla eſt ipſius y i; conſtat n χ maiorem eſſe, quàm duplã χ t. Sit n m dupla ipſius m t. perſpicuũ eſt ex iis, quæ dicta ſunt, non manere portioné; ſed inclinari, donec eius baſis contingat ſuperficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura

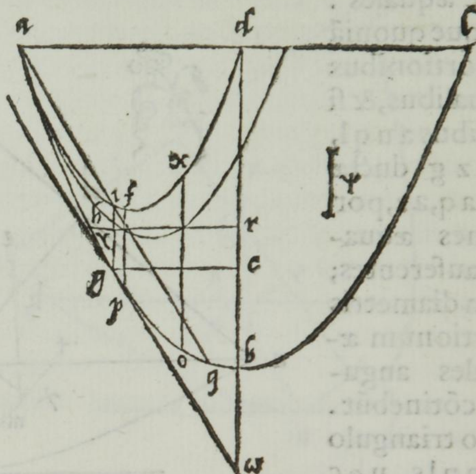
gura: & alia eadem diſponantur demonſtrabimus rurſum n t æqualem eſſe ipſi u i : & portiones a u q, a n z inter ſe ſe æquales.

Itaque quoniã ĩ portionibus æqualibus, & ſimilibus a u q l, a n z g ductæ sũt a q, a z, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos cõtinebũt. ergo triangulorum n l s, u ω c anguli, qui cõſiſtũt ad l ω pũcta, æquales ſunt: & b s recta linea æqualis ipſi b c: ſ r ipſi c r, n χ ipſi u h: & χ t ipſi h i. quòd cum u y dupla ſit ipſius y i, erit n χ maior, quàm dupla χ t. Sit igitur n m ipſius m t dupla. Rurſus ex his manifeſtum eſt, non manere ipſam portionem; ſed inclinari ex parte a: ponebatur autem portio humidi ſuperficiem in uno puncto contingere. ergo neceſſe eſt, ut eius baſis in humidum magis demergatur.

DEMONSTRATIO QVINTAE PARTIS.

HABEAT denique portio ad humidum in grauitate minorem proportionem, quàm quadratum f p ad quadratum b d : & quam proportionem habet portio ad humidũ in grauitate, eandem quadratum, quod fit à linea ψ habeat ad quadratum b d. erit ψ minor ipſa p f. Rurſus aptetur

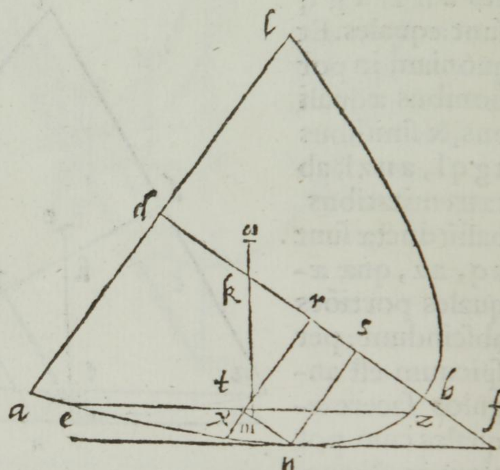
quædam recta linea g i, ſectionibus a g q l, a x d interiecta, & ipſi b d æquidiſtans; quæ mediam coni ſectionem in puncto h, & rectam lineam r y in y ſecet. demonſtrabitur g h dupla h i, quemadmodum demonſtrata eſt o g ipſius g x dupla. ducatur poſtea g ω cõtingens a g q l ſectionem in g: & g c ad b d perpẽdicularis: iunctaq; a i producatur ad q. erit ergo a i æqualis i q: & a q ipſi g ω æquidiſtans.



Demonſtrandũ eſt portionẽ in humidũ demiſſam, inclinatamq; adeo, ut baſis ipſius non cõtingat humidũ, conſiſtere inclinatã ita, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorem angulo φ: & baſis humidi ſuperficiem nullo modo contingat. Demittatur enim in humidum; & conſiſtat ita, ut baſis ipſius in uno puncto contingat ſuperficiem humidi. ſecta autem portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio a n z l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi a z: axis autẽ portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d in punctis κ r, ut ſuperius dictum eſt: & ducatur n f quidem ipſi a z æquidiſtans, & contingens coni ſectionem in pũcto n; n t uero æquidiſtans ipſi b d: & n s ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in grauitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à ψ ad

ad quadratum b d : & quam habet portio ad humidum in grauitate, eandem quadratum n t habet ad b d quadratũ, ex iis, quæ dicta sunt: constat n t lineæ ψ æqualem esse. quare & portiones a n z, a g q sunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a g q l, a n z l, ab extremitatibus basiũ ductæ sunt a q, a z, quæ æquales portiões abscindunt: perspicuum est angulos facere æquales cum portionum diametris: & triangulorum n f s, g ω c, angulos, qui ad f ω æquales esse: itemque æquales inter se, s b, c b; & s r, c r, quare & n χ, g y æquales: & χ t y i. cũq; g h dupla sit ipsius h i, erit n χ minor, quàm dupla ipsius χ t. Sit igitur n m ipsius m t dupla: & iuncta m K protrahatur ad e. Itaque centrum grauitatis totius erit punctum K: partis eius, quæ est in humido, punctũ m: eius autem, quæ extra humidum in linea protracta, quod sit e. ergo ex proxime demonstratis patet, nõ manere portionem, sed inclinari adeo, ut basis nullo modo superficiẽ humidi contingat. At uero portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo φ minorem, sic demonstrabitur. consistat enim, si fieri potest, ut non faciat angulum minorem angulo φ: & alia eadem disponantur; ut in subiecta figura. eodem modo demonstra

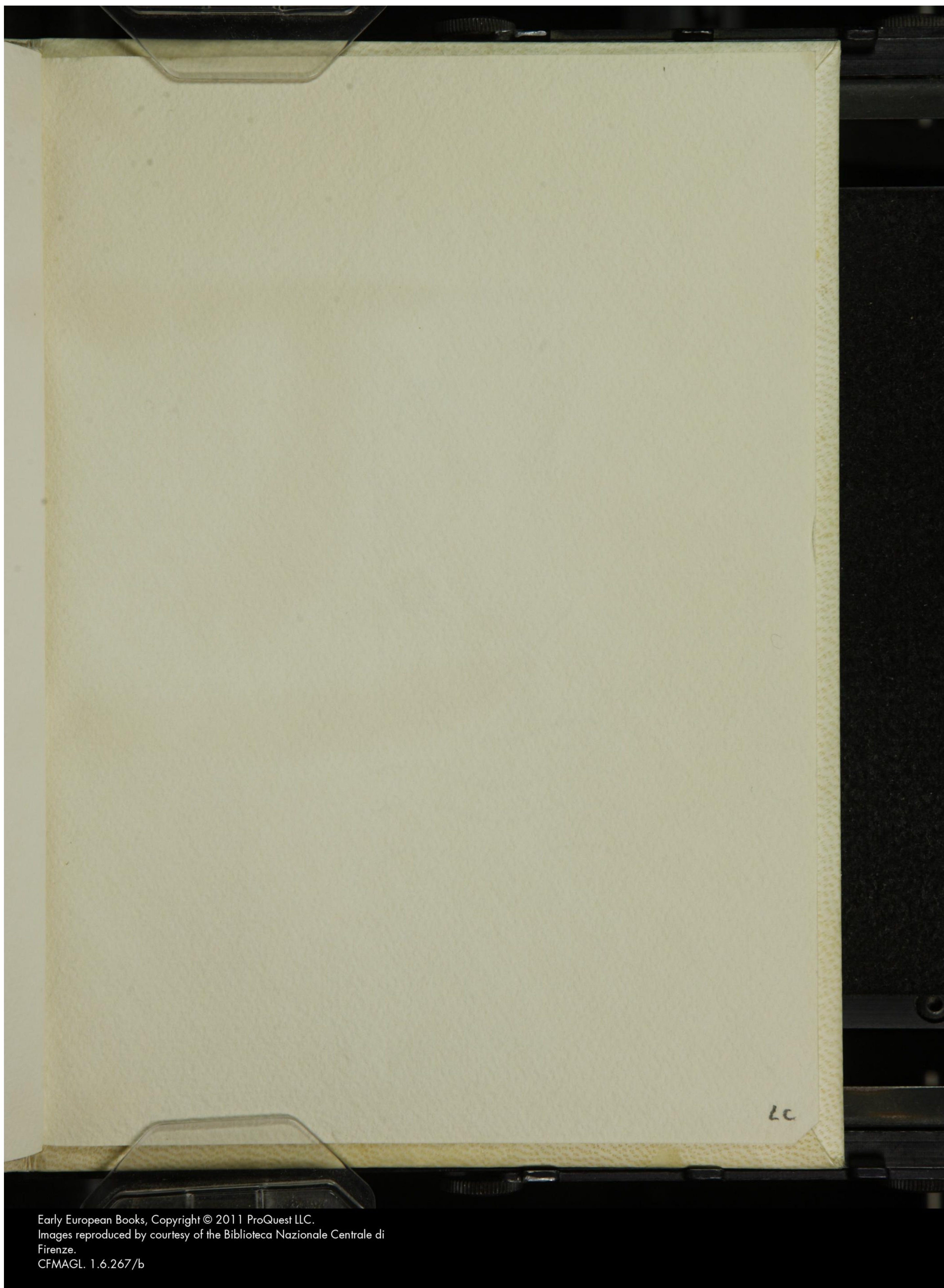
bimus n t æqualem esse ψ, & propterea ipsi g i. & quoniam triangulorum p φ c, n f s angulus f non est minor angulo φ, non erit b f maior, quam b c. ergo neque s r minor, quàm c r: neque n χ minor, quàm p y. Sed cum p f sit maior, quàm n t: sitq; p f sesquialtera p y: erit n t minor, quàm sesquialtera n χ: & idcirco n χ maior, quã dupla χ t. sit autẽ n m dupla m t: & iuncta m K producatur. constat igitur ex iam dictis non manere portionem; sed reuolui ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo φ minorem.



FINIS LIBRORVM ARCHIMEDIS DE IIS, QVAE IN AQVA VEHVNTVR.

46

47


Lc

005643857
005643858

